

## 1. Основные понятия и определения.

**Метрология** – наука об измерениях, методах и средствах обеспечения их единства и способах достижения требуемой точности.

**Измерение** – нахождение значения физической величины опытным путем с помощью специальных технических средств и выражение полученного результата в принятых единицах.

### Признаки измерения

1. Наличие физической величины
2. Требуется проведение опыта (эксперимента)
3. Наличие средства измерения
4. Числовое значение физической величины

Средство измерения обладает нормированными метрологическими характеристиками.

**Физическая величина** – свойство общее в качественном отношении для многих физических объектов, процессов или явлений, но индивидуальное в количественном отношении.

СИ: м, кг, с, А, °К, моль

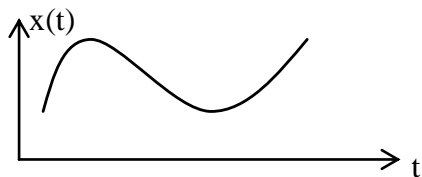
Приблизительно – 2000 ФВ, измерить можно 600 ФВ.

Измерение → истинное значение Ф.В. → действительное значение ФВ.

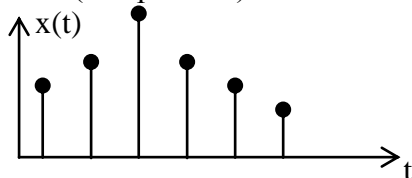
**Действительное значение ФВ** – значение, которое удовлетворяет решению задачи в данном конкретном случае.

### Классификация ФВ

1. Активные – могут совершать работу.  
Пассивные – не могут совершать работу.
2. Детерминированные – которые можно предсказать.  
Случайные – изменяются по законам теории вероятности.
3. Аналоговые – ФВ, которые имеют бесконечное множество значений в заданном диапазоне ( $X_{\max} - X_{\min}$ )  
Квантованные – которые имеют конечное счетное количество значение в заданном диапазоне.
4. Непрерывные (во времени)



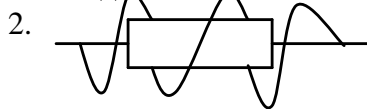
Дискретные (во времени)



Объект измерения – модель

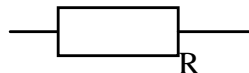
Примеры:

1. Измеряем напряжение сети.  
Модель -  $U = A \sin \omega t$  - переменная величина

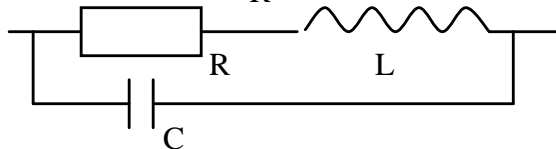


- объект

Постоянный ток – R



Переменный ток



## 2. Виды измерений

### Виды измерений

1. По признаку получения результата
  - 1.1. Прямые измерения.  $y=f(x)$  – измерения при которых искомое значение определяется непосредственно в ходе эксперимента из опытных данных.
  - 1.2. Косвенные измерения.  $y=f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$  – используется известная функция, начальная зависимость м/д результатом измеренными прямым способом и искомой ФВ.
  - 1.3. Совместные измерения.  $y=A_0+A_1x+A_2x^2$  Производится одновременное измерение нескольких разноименных ФВ для нахождения зависимости м/д ними.
  - 1.4. Совокупные измерения. Когда происходит одновременное измерение нескольких одноименных ФВ для определения искомого значения другой ФВ путем решения системы уравнений.
2. По признаку измерения во времени измеряемой величины.
  - 2.1. Статические измерения – измерения некоторой ФВ значение которой неизменна в течении времени использования результата.
  - 2.2. Динамические измерения – измерения изменяются во времени величины.
3. Кратность измерения
  - 3.1. Однократные (один раз и правильно)
  - 3.2. Многократные
4. По признаку точности
  - 4.1. Равноточные – не изменяются условия проведения эксперимента, используются одни и те же приборы.
  - 4.2. Неравноточные – условия могут изменяться и используются различные по уровню точности средства измерения.

### 3. Информационный аспект измерений.

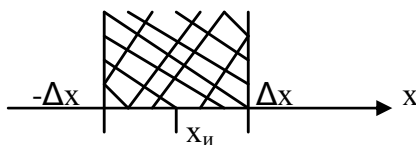
**Информация** – сведения, уменьшающие априорную неопределенность об объекте.

**Измерение** – уменьшение неопределенности знаний об объекте.

Результат –  $x_d = x_{и} \pm \Delta x$

$x_d$  – действительная ФВ

$x_{и}$  – истинная ФВ



**Сигнал измерительной информации** – сигнал, параметры которого функционально связаны с измеряемой величиной.

Информационный аспект измерения.

**Пример.** Измерить относительную влажность.



$$\psi = x_{абс} / x_{макс} [\%]$$

Г-генератор

ПЧК – преобразователь частота → код

$$C = \epsilon \epsilon_0 S/l$$

Изменение емкости на входе приводит к изменению частоты. Влажность влияет на конденсатор.

Происходит преобразование сигнала в измерительный канал.

Получение любого сигнала измерительной информации – цепочка преобразования сигнала.

Появляется погрешность из-за внешних воздействий.

Разложить на шаги, получить по ним погрешность и дать суммарную погрешность.

Преобразование сигнала, получение метрологического сигнала.

Любым носителем информации является сигнал.

**Элементы описания сигналов измерительной информации.**

**Сигнал** – физический процесс, протекающий во времени.

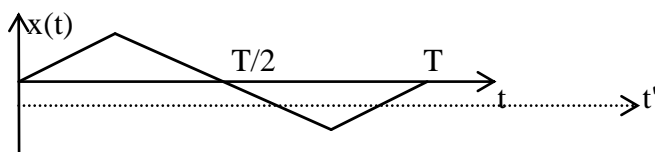
**Характеристики**

1. Амплитудная (амплитудное значение) – наибольшее значение сигнала, близкое к мгновенному значению.

$$x_A = \max x(t)$$

2. Среднее значение – усреднение сигнала за некоторый интервал времени. Используется для описания постоянной составляющей сигнала.

$$x_{ср} = 1/T \int_0^T x(t) dt$$



В первом случае среднее значение – 0, во втором конкретное (не=0) значение.

3. Среднее выпрямленное значение – используется для характеристики симметричных относительно нулевой оси сигналов.

$$x_{ср.в.} = 1/T \int_0^T |x(t)| dt$$

4. Среднеквадратическое значение (действующее) – используется для описания мощности сигнала.

$$X_{ср.кв.} = 1/T \int_0^T (x(t))^2 dt = x_d$$

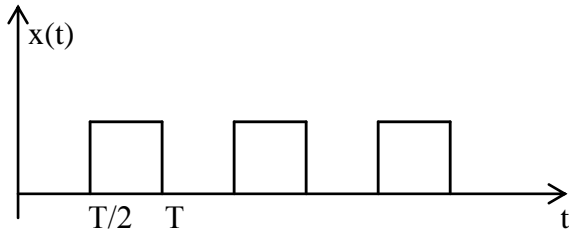
Коэффициент амплитуды –  $k_a = x_A / x_d$

Коэффициент формы сигнала –  $k_f = x_d / x_{ср.в.}$

Коэффициент усиления –  $k_y = x_A / x_{ср.в.}$

	$k_a$	$k_\phi$	$k_y$
sin	$\sqrt{2}$	$\pi/2\sqrt{2}$	$\pi/2$
Меандр	1	1	1
Пилообразный (линейно- знакопеременный)	$\sqrt{3}$	$2/\sqrt{3}$	2

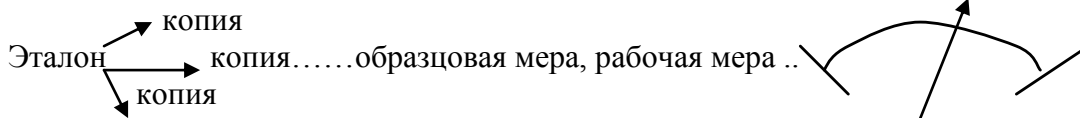
Меандр



Значение на выходе электронных приборов – действительное значение

#### 4. Классификация средств измерения.

1. Меры- средства измерения, воспроизводящие физическую величину, заданного размера. Используются для того, чтобы выдавать значение, а не измерять.

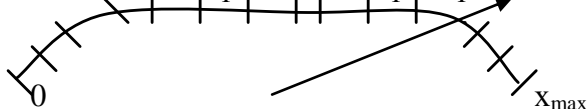


2. Измерительные преобразователи –выдают сигнал измер. Информации в форме, удобной для передачи, хранения, обработки, но не удобной для непосредственного восприятия наблюдателем. Для каждой ФВ есть свой измерительный прибор, а то и не один.

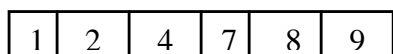
- 2.1 Измерительные преобразователь – электрической величины в электрическую (измерительный трансформатор)
  - 2.2 Не электрической величины в электрическую (термопара)
  - 2.3 Генераторные ИП – генерируют сигнал (термопара)
  - 2.4 Параметрические ИП – (ТС) – для их работы требуется дополнительные ИП
- Датчик – конструктивно оформленный ИП

3. Измерительные приборы – СИ, вырабатывающие сигнал измерительной информации в форме удобной непосредственно для восприятия наблюдателя.

- 3.1 Аналоговые измерительные приборы.



- 3.2 Цифровые (квантованные) измерительные приборы.



Там где требуется наблюдать за большим количеством величин – аналоговые.

Выходная величина аналоговых приборов есть непрерывная функция входной величины.

Цифровые приборы – дискретные значения входной величины.

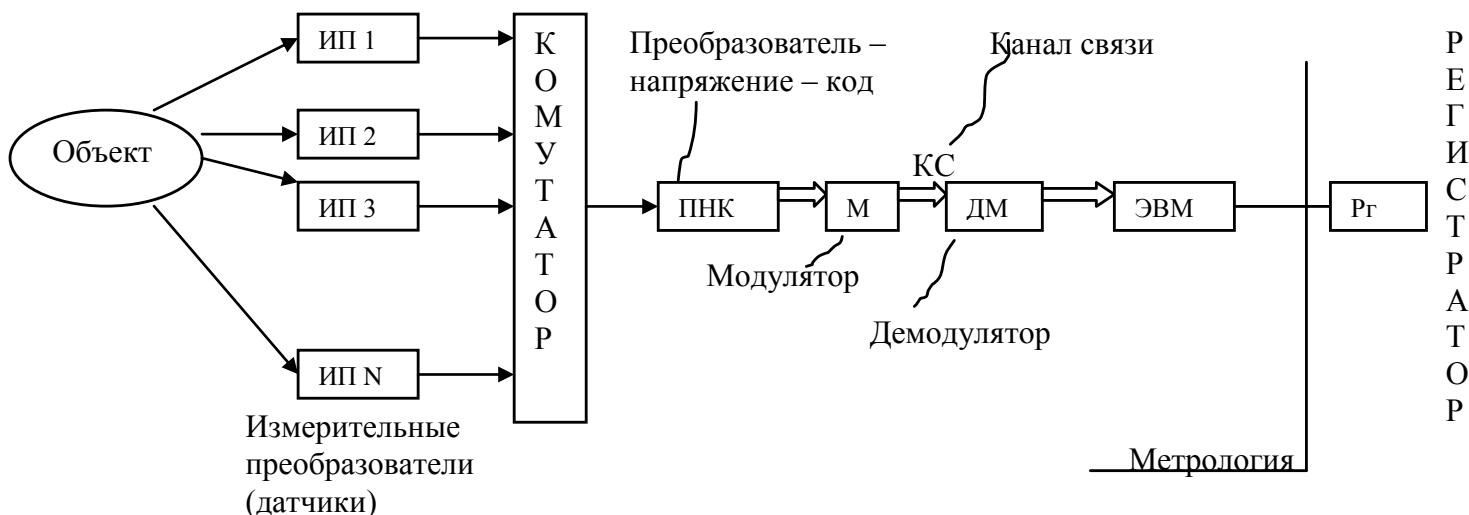
В зависимости от возможности сохранности результата

1. Показывающие.
2. Регистрирующие.

В зависимости от места установки выделяют.

1. Стационарные.
2. Переносные.

4. Измерительные установки – совокупность конструктивно и функционально объединенных средств измерения и вспомогательных устройств, предназначенная для рационального проведения эксперимента.
5. Измерительные системы – совокупность конструктивно и функционально объединенных средств измерения и вспомогательных устройств, предназначенных для АВТОМАТИЧЕСКОГО сбора измерительной информации от ряда объектов с последующей передачей, обработкой, хранением.



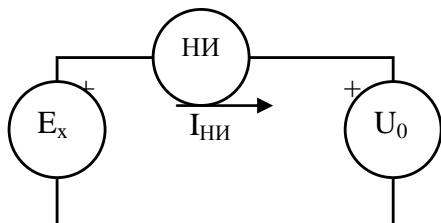
## 5. Методы измерений.

В зависимости от использования меры, выделяют 2 метода.

1. Метод непосредственной оценки – в процессе измерения мера не участвует, результат получается непосредственно на отсчетной устройстве СИ.  
Мера используется опосредованно, поскольку она использовалась при изготовлении этого средства измерения.
2. Методы сравнения – мера непосредственно участвует в процедуре измерения.

### 2.1 Нулевой метод.

Обобщенная структура.



НИ – нуль индикатор  
 $E_x$  – измеряемое напряжение  
 $U_0$  – образцовое напряжение (мера)

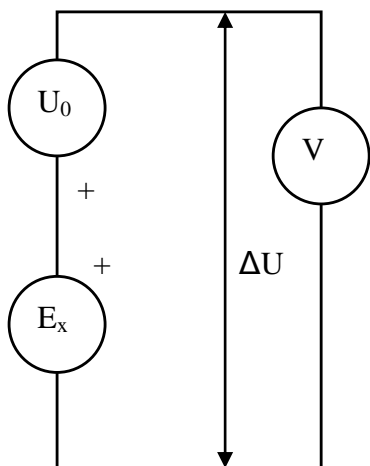
$$I_{\text{НИ}}=0$$

Метод заключается в том, что разность измеряемой величины и величины, воспроизводимой мерой в процессе измерения сводится к нулю, что фиксирует НИ. Результат равен  $U_0$ .

По данной схеме построены мостовые измерительные приборы.

При высокой точности меры, метод позволяет получить результат с высокой точностью.

### 2.2 Дифференцированный метод.



Разность измеряемой величины и величины воспроизводимой мерой измеряется с помощью средства измерения.

Результат получается как сумма значения меры и показания средства измерения.

$$E_x = U_0 + \Delta U$$

Данный метод позволяет получить результат с высокой точностью, при использовании сравнительно низко-точного СИ.

$\Delta$  – абсолютная погрешность измерения вольтметром.

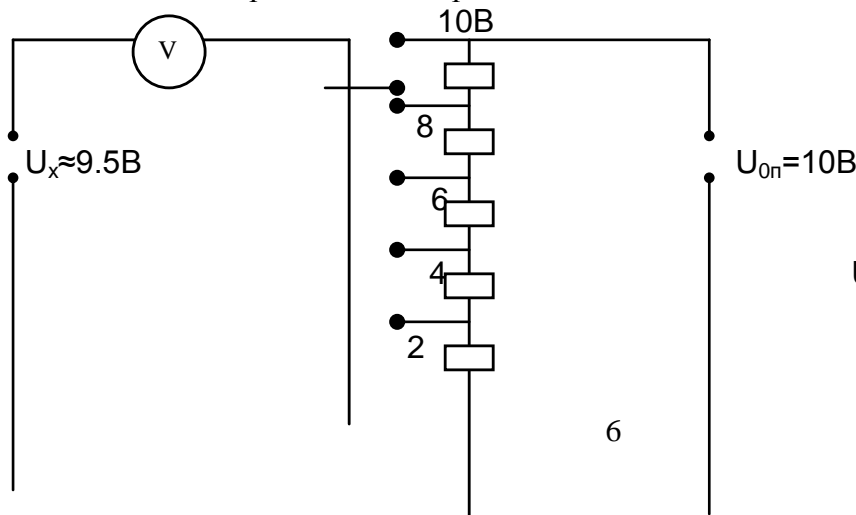
$\Delta/\Delta U$  – есть относительная погрешность

Пусть  $\Delta/\Delta U = 1\%$

Возьмем и подберем меру т.о., чтобы  $\Delta U/E_x \approx 1\%$

Поскольку мера – средство измерения точно, то погрешностью  $U_0$  можно пренебречь.

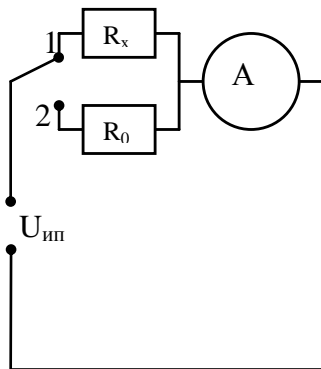
Относительная погрешность измеряемой величины  $E_x$   $\Delta/E_x \approx 0,01\%$



$U_{\text{max}} = 2\text{В}$   
 Класс точности  $K = 0,5$  }  $U_n = 1,5\text{В}$

$$U_x = (8 + 1,5) \pm 0,01 = 9,5 \pm 0,01 \text{ [В]}$$

### 2.3 Метод замещения. Обобщенная схема



$R_0$  – мера  
 $R_x$  – измеряемая величина  
А – амперметр (I)  
ИП – источник питания

Происходит поочередное измерение измеряемой величины и величины, воспроизводимой мерой. Значение неизвестной величины определяется по этим двум измерениям.

Ключ в положении "1" –  $U_{ип} = R_x \cdot I_x$

Ключ в положении "2" –  $U_{ип} = R_0 \cdot I_0$

$$R_x \cdot I_x = R_0 \cdot I_0$$

$$R_x = R_0 \cdot I_0 / I_x$$

Этот способ обладает достаточной точностью, в случае, если объект измерения  $\approx$  мере.

## 6. Погрешности измерений. Классификация. Примеры.

Цель – измерение значения ФВ.

**Погрешность** – разность м/д измеренной величиной и истинным значением (действующим значением)

$$\Delta x = x_{\text{изм}} - x_{\text{ист}} = x_{\text{изм}} - x_{\text{д}}$$

$$x_{\text{рез}} = x_{\text{изм}} \pm \Delta x$$

**Результат** – значение измеренной величины  $\pm$  погрешность

**Погрешность** – количественная характеристика.

**Точность измерения** – качественная характеристика, отражающая близость к нулю погрешности измерения.

### Классификация погрешностей

1. По способу выражения погрешности.

1.1. Абсолютная погрешность

$\Delta = x_{\text{изм}} - x_{\text{д}}$  – выражается в единицах измеряемой величины

1.2. Относительная погрешность.

$$\delta = \Delta / x_{\text{изм}} * 100\%$$

Отношение абсолютной погрешности к измеренному значению, выражается, как правило, в %.

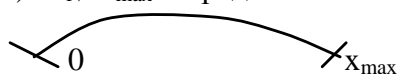
1.3. Приведенная погрешность.

$$\gamma = \Delta / x_N * 100\%$$

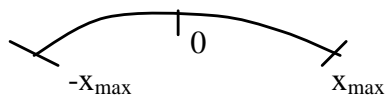
Отношение абсолютной погрешности к некоторому нормирующему значению – приведенная погрешность.

Только для описания СИ, т.к.  $x_N$  – характеристика СИ, которая определяется следующим образом.

a)  $x_N = x_{\text{max}}$  – предельное значение СИ данного диапазона.



b)  $x_N = |-x_{\text{max}}| + |x_{\text{max}}|$  В общем случае  $-x_{\text{max}} <> x_{\text{max}}$ .



c)  $x_N = x_{\text{max}}$ , если нуля нет.  $x_{\text{нач}} <> 0$



2. По месту (причине) возникновения.

1. Методическая погрешность – погрешность, возникающая из-за неадекватности принятой модели объекту измерения.

2. Инструментальная погрешность – приборная погрешность самого СИ

3. По характеру изменения.

1. Систематическая погрешность – погрешность, которая постоянная или изменяется по известному закону.

2. Случайная погрешность – изменяется по закону случайных чисел. Для ее нахождения используются элементы теории вероятности – статистические измерения.

3. Промахи (грубая погрешность) – субъективная погрешность оператора.

4. По способу воздействия окружающей среды на средство измерения

1. Основная погрешность – возникает при нормальных условиях эксплуатации средства измерения. н.у. Т(20°C), р (760 мм рт. ст.), влажность (80%), э/м воздуха

2. Дополнительная погрешность – в условиях отличных от нормальных.

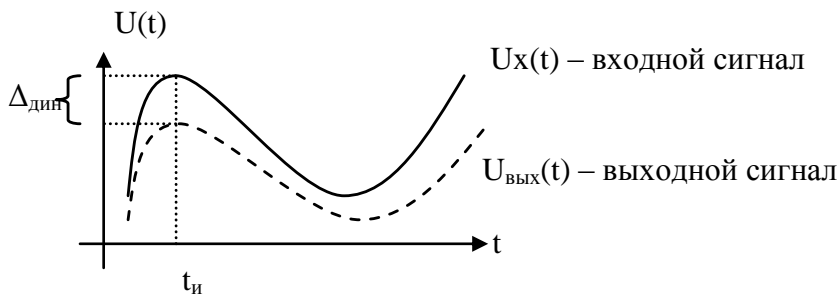
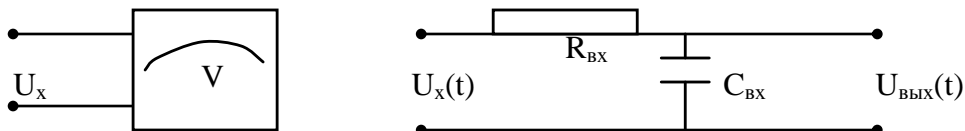
В паспортах приборов указывается коэффициенты влияния, которые позволяют рассчитать изменения показаний в зависимости от изменения условий.

5. По характеру изменения во времени.

1. Статическая погрешность – возникает при измерении постоянной во времени величины

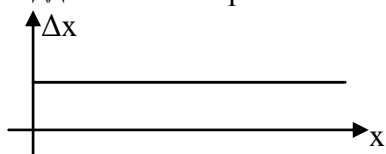
2. Динамическая погрешность – возникает при измерении сигнала, изменяющегося во времени.



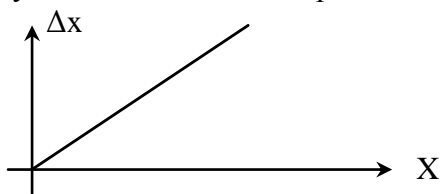


6. По связи с измеряемой величиной.

1. Аддитивная погрешность – не зависит от измеряемой величины.  $\Delta x = a$



2. Мультипликативная погрешность – зависит от измеряемой величины.  $\Delta x = bx$



Когда у прибора есть и та и другая погрешности, то  $\Delta x = a + bx$



Правила записи результатов

По ГОСТу:  $x = x_{\text{изм}} \pm \Delta x$

$\Delta x$  - ?

Погрешность 34570124

Инструментальная погрешность 1%

В окончательной записи погрешности останется один или 2 знака.

Если перед "5" стоит четная цифра, то она не изменяется.

$34,570124 \approx 34$

$\delta_1 = (34 - 34,570124) / 34 * 100\% = 1,7\% \leq 10\%$

Если погрешность не превышает 10%, то округлять можно.

$\delta_2 = (30 - 34,570124) / 30 * 100\% = 15,2\% > 10\%$

Нельзя оставлять один знак.

Если первая цифра в результате погрешности 1 или 2, то в окончательной записи погрешности остается два знака. Если 4 и выше, то, как правило, остается один знак. Если 3, то в зависимости от того, что стоит дальше, оставляют один или два знака.

$$\Delta x = \pm 34 \text{ или } \Delta x = (\pm 3,4) \cdot 10^1$$

Результат измерения округляется до того же количества разрядов, до того же порядка.

$$x = (178,56 \pm 34) \cdot 10^1 - \text{неправильно}$$

$$x = (178,6 \pm 3,4) \cdot 10^1 - \text{правильно}$$

### 7. Абсолютная, относительная, приведенная погрешности.

1. Абсолютная погрешность

$\Delta = x_{\text{изм}} - x_{\text{д}}$  – выражается в единицах измеряемой величины.

2. Относительная погрешность.

$$\delta = \Delta / x_{\text{изм}} \cdot 100\%$$

Отношение абсолютной погрешности к измеренному значению, выражается, как правило, в %.

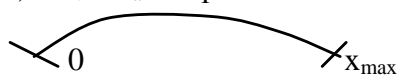
3. Приведенная погрешность

$$\gamma = \Delta / x_N \cdot 100\%$$

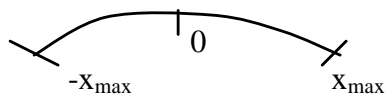
Отношение абсолютной погрешности к некоторому нормирующему значению – приведенная погрешность.

Только для описания СИ, т.к.  $x_N$  – характеристика СИ, которая определяется следующим образом.

- d)  $x_N = x_{\text{max}}$  – предельное значение СИ данного диапазона.



- e)  $x_N = |-x_{\text{max}}| + |x_{\text{max}}|$  В общем случае  $-x_{\text{max}} < x_{\text{max}}$ .



- f)  $x_N = x_{\text{max}}$ , если нуля нет.  $x_{\text{нач}} < 0$



### 8. Систематические и случайные погрешности.

1. Систематическая погрешность – погрешность, которая постоянная или изменяется по известному закону.
2. Случайная погрешность – изменяется по закону случайных чисел. Для ее нахождения используются элементы теории вероятности – статистические измерения.
3. Промахи (грубая погрешность) – субъективная погрешность оператора.

## 9. Основные метрологические характеристики СИ.

Характеристики СИ:

1. Не метрологические – не влияют на точность результата измерения. Н-р: вес, размер цвет и др.
2. Метрологические – влияют на точность измерения. Н-р: входное сопротивление, входная емкость, трение.

Основные метрологические характеристики.

1. Номинальная статистическая функция (характеристика) преобразования СИ.  
Зависимость, которая обозначается  $y=F(x)$ , между информационными параметрами входного и выходного сигнала.  $x$  - входная,  $y$  – выходная величины.  
Характеристика вводится для типа СИ.
2. Действующая функция преобразования (Ур-ние преобразования).  
Реальная характеристика преобразования измерения.  $Y=F_{\text{действ}}(x)$

Первая хар-ка для некоторой совокупности СИ, вторая для реального СИ.

Задаются:

Функциональная зависимость.  $I(t)=a_0 + a_1 t^0_x + a_2 t^0_x^2$

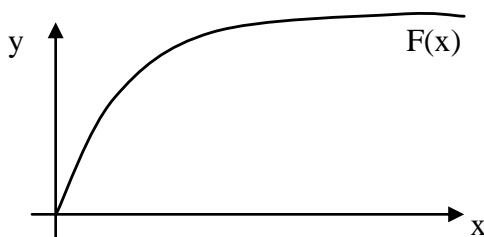
Таблица входных и выходных параметров.



$F(t)$  – номинальная ф-ция преобразования

$$\Delta_{\text{вых СИ}} = F(x_{\text{действ}}) - F_{\text{действ}}(x_{\text{действ}}) = F(x_{\text{действ}}) - y_{\text{действ}} - \text{погрешность СИ по выходу}$$

$$\Delta_{\text{вх СИ}} = F^{-1}(x_{\text{действ}}) - y_{\text{действ}} - \text{погрешность входа СИ}$$

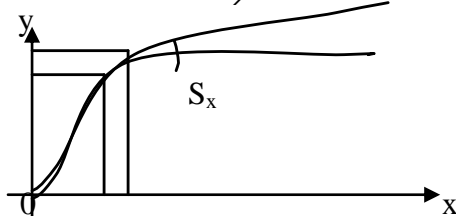


Градиентная таблица – зависимость входной и выходной величины

3. Чувствительность СИ

Понимают отношение приращения выходной величины к вызвавшему это приращению приращению входной величины.

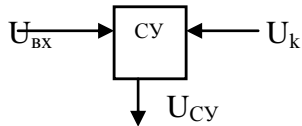
$$S_x = dy/dx \approx \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta y / \Delta x$$



4. Порог чувствительности (разрешающая способность)

Минимальное значение входной величины, которое может быть обнаружено по изменению входной величины. Речь идет о начальном участке.

П-р

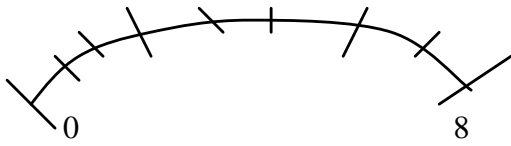


СУ – сравнивающее устройство.  $U_{сy}$  получ. когда  $U_{вх}=U_k$

5. Постоянная прибора.

$$C = x/\alpha \text{ [./дел]} = [\text{В/дел}] = [\text{А/дел}]$$

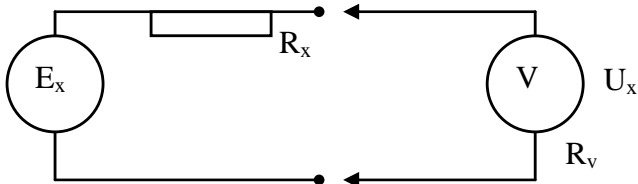
Отношение некоторого значения измеряемой величины к показаниям прибора  $\alpha$  в делениях.



Диапазон

1. 0-8 В – 1 В/дел
2. 0-16 В – 2 В/дел
3. 0- 80 В – 10 В/дел

6. Цена деления – разность между соседними отметками шкалы. Если эта разность величина постоянна, то шкала называется равномерной.  $C_d = x_{i+1} - x_i$
7. Диапазон показаний – разность м/д max и min значениями.
8. Диапазон измерений – область на шкале СИ, в которой определены, заданы метрологические хар-ки СИ (рабочий диапазон).
9. Хар-ки СИ, влияющие на измерительную цепь.



Получить рез-т на вольтметре  $U_x$

- a) идеальный случай –  $U_x = E_x$
- b) реальный случай –  $\Delta U = U_x - E_x = - E_x R_x / (R_v + R_x)$

$$U_x = E_x * R_v / (R_v + R_x)$$

$R_v$  – характеристика, влияющая на измерение.

10. Погрешности СИ

- a) основная и дополнительная
- b) аддитивная и мультипликативная

## 10. Аддитивная, мультипликативная погрешности и погрешность квантования.

*Класс точности* — обобщенная метрологическая характеристика СИ, задающая предел основной и дополнительной погрешностей СИ, а также ряд других характеристик.

Есть 4 основных обозначения класса точности:

$$0,1 \quad \textcircled{0,5} \quad \frac{0,5}{0,2} \quad \surd 2,5$$

Значение класса точности выбирается из числового ряда

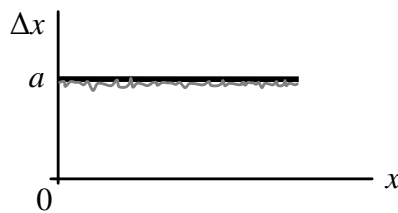
$$1,0 \cdot 10^n; 1,5 \cdot 10^n; 2,0 \cdot 10^n; 2,5 \cdot 10^n; 4 \cdot 10^n; 5 \cdot 10^n \quad (n = -3; -2; -1; 0)$$

Самый грубый класс точности —  $5 \cdot 10^n$ . Класс точности задает *максимальное* значение погрешности; актуальная погрешность *не хуже* этого значения.

*Нормирование* — задание номинальной характеристики для данного *типа* СИ, и допускаемых отклонений для данного результата.

Если для некоторого СИ функция, выражающая зависимость между  $\Delta x$  и  $x$ , может иметь различный характер:

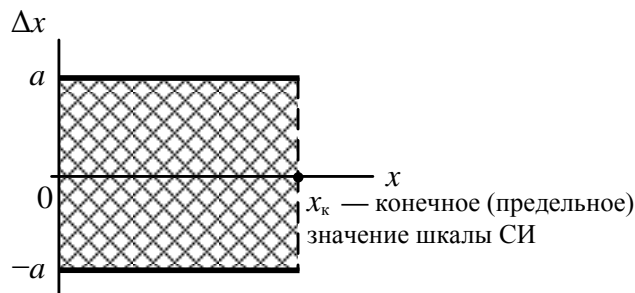
1. *Аддитивный:*



$$\Delta x \leq a = \text{const},$$

где  $a$  — *допускаемый (допустимый)* предел  $\Delta x$ ;  $\Delta x = x_{\text{изм}} - x_{\text{д}}$ ,  $x_{\text{д}}$  — *действительное* значение измеренной величины.

Так как в реальности знак  $\Delta x$  не известен, рассматривается диапазон  $[-a, a]$ :



Для аддитивных СИ класс точности определяется приведенной погрешностью:

$$k = \gamma [\%]$$

и обозначается просто цифрой.  $\triangleright 0,5 \rightarrow \gamma = \pm 0,5 \triangleleft$

Согласно определению приведенной погрешности,

$$\gamma = \frac{\Delta x}{x_N} 100\%,$$

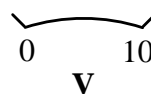
отсюда получим оценку инструментальной погрешности:

$$\Delta x = \frac{\gamma x_N}{100} = \frac{k x_N}{100}.$$

Нормирующее значение  $x_N$  в зависимости от шкалы средства измерения определяется следующим образом:

а. На шкале 0 находится слева (он может быть указан или нет на шкале), тогда  $x_N = x_k$ , где  $x_k$  — конечное значение шкалы.

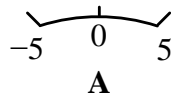
$$\triangleright u_N = 10 \text{ В:}$$



$\triangleleft$

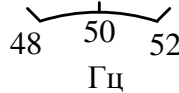
б. Если 0 находится внутри шкалы, то  $x_N = |x_{\text{min}}| + |x_{\text{max}}|$ .

$$\triangleright i_N = 10 \text{ А}$$



с. *Редкий* случай: шкала имеет вид  $x_{\min} \dots x_{\text{ном}} \dots x_{\max}$ , где  $x_{\text{ном}} \gg x_{\text{ном}} - x_{\min}$ ,  $x_{\text{ном}} \gg x_{\max} - x_{\text{ном}}$ , то  $x_N = x_{\text{ном}}$ .  $x_{\text{ном}}$  называют *номинальным* значением величины.

▷ Аналоговый частотомер.  $\nu_N = 50$  Гц

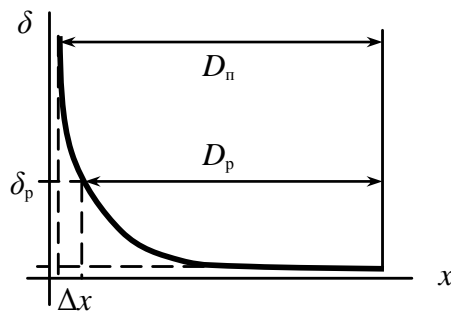


д. *Частый* случай: шкала имеет вид  $0 \dots \infty$  либо  $\infty \dots 0$ . Обычно, при этом наверху СИ расположена равномерная шкала  $0 \dots x_{\max}$ . Тогда  $x_N$  определяется  $l_{\text{шк}}$  — длиной шкалы, выраженной в делениях шкалы. И, соответственно,  $\Delta x = \Delta l$ . В этом случае класс точности обозначают цифрой с «крышечкой» внизу.

▷ 2,5 ◁

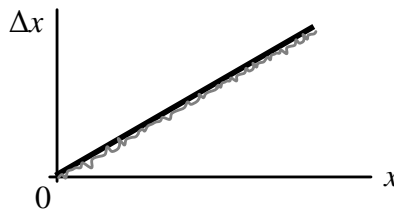
Но *точность* СИ определяется его относительной погрешностью

$$\delta = \frac{\Delta x}{x} 100\% .$$

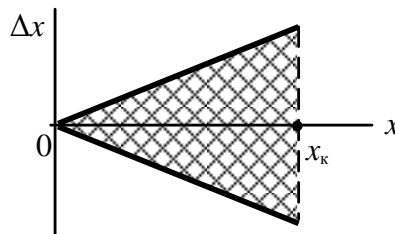


На графике  $D_n$  — диапазон показаний. Поскольку при  $x = \Delta x$  относительная погрешность равна 100% (что неприемлемо), задаются значением  $\delta_p = 1, 4, 10\%$  и устанавливают  $D_p$  — рабочий диапазон средства измерения. На самом деле, и приведенная погрешность определяется только для этого диапазона.

2. *Мультипликативный* характер:  $\Delta x = bx$ .



При нормировании речь идет об интервале неопределенности вида:



Использовать приведенную погрешность здесь вряд ли получится, т.к. погрешность  $\Delta x$  теперь переменная. Поэтому берут

$$k = \delta = \frac{\Delta x}{x} 100\%$$

и обозначают такой класс точности числом в кружочке.

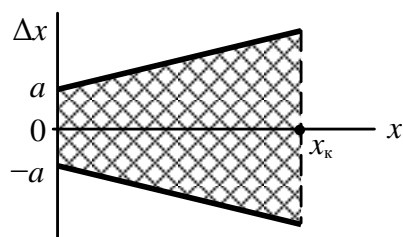
▷ (1,0) ◁

Абсолютную погрешность при этом рассчитывают по формуле

$$\Delta x = \frac{x_{\text{изм}} \delta_{\text{доп}}}{100} = \frac{x_{\text{изм}} k}{100},$$

где  $\delta_{\text{доп}}$  — допускаемое (предельное) значение основной относительной погрешности измерения.

3. *Смешанный* характер:  $\Delta x = a + bx$ .



В этом случае задействованы обе составляющие погрешности: аддитивная и мультипликативная. Рассмотрим относительную погрешность результата измерений

$$\begin{aligned} \delta &= \pm \frac{\Delta x}{x} 100\% = \pm \frac{a + bx}{x} 100\% = \pm \left( \frac{a}{x} + b + \frac{a}{x_k} - \frac{a}{x_k} \right) 100\% = \\ &= \pm \left[ \left( b + \frac{a}{x_k} \right) 100\% + \frac{a}{x_k} \left( \frac{x_k}{x} - 1 \right) 100\% \right] = \left[ c + d \left( \frac{x_k}{x} - 1 \right) \right], \end{aligned}$$

где ввели обозначения

$$c = \left( b + \frac{a}{x_k} \right) 100\%, \quad d = \frac{a}{x_k} 100\%.$$

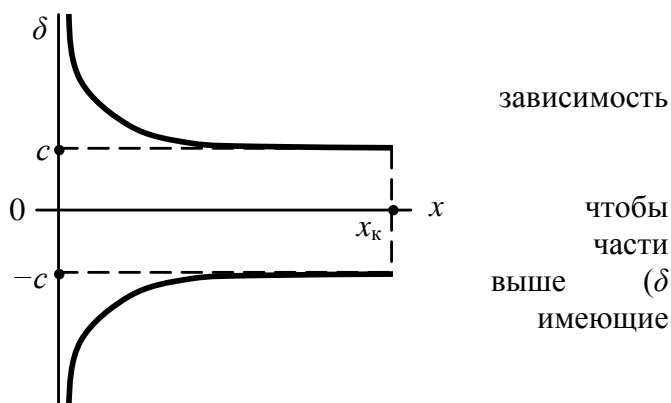
Эти обозначения имеют вполне определенный смысл.  $d$  отвечает за нормирование величины аддитивной погрешности  $a$  (погрешности в начале диапазона) по  $x_k$ ,  $c$  — за нормирование смешанной погрешности  $bx_k + a$  (погрешности в конце диапазона) по  $x_k$ .

Класс точности в случае смешанного характера погрешности обозначают  $c/d$ .

$$\triangleright 0,05/0,02 \triangleleft$$

Для таких средств измерения справедлива (см. рис. справа).

Обычно на практике СИ подбирается так, результат измерения находился в правой шкалы, ближе к  $x_k$  — тогда точность будет (будет меньше). Существуют приборы, несколько  $x_k$  для максимальной точности.



зависимость

чтобы  
части  
выше ( $\delta$   
имеющие

*погрешность квантования*  $\Delta_k$  (погрешность дискретности) — методическая погрешность, присущая цифровым средствам измерения аналоговых величин. Появляется, поскольку в цифровых СИ аналоговая величина принимает фиксированные (дискретные) значения, называемые *уровнями квантования*, и зависит от способа отождествления значения измеряемой аналоговой величины с уровнем квантования. При анализе считается случайной величиной, изменяющейся по равномерному закону.

## **11. Основные и дополнительные погрешности.**

3. Основная погрешность – возникает при нормальных условиях эксплуатации средства измерения. н.у.  $T(20^{\circ}\text{C})$ ,  $p(760 \text{ мм рт. ст.})$ , влажность (80%), э/м воздуха
4. Дополнительная погрешность – в условиях отличных от нормальных.

В паспортах приборов указывается коэффициенты влияния, которые позволяют рассчитать изменения показаний в зависимости от изменения условий.



## 12. Способы нормирования погрешностей СИ. Нормирование основной и дополнительной погрешностей.

**Класс точности средства измерения** – основная интегральная метрологическая характеристика средства измерения, дающая предел основной погрешности.

В некоторых случаях класс точности задает и дополнительные погрешности, и другие метрологические характеристики. Значение класса точности выбирают из некоторого числового ряда:

$1.0 \cdot 10^n, 1.5 \cdot 10^n, 2.0 \cdot 10^n, 2.5 \cdot 10^n, 4 \cdot 10^n, 5 \cdot 10^n$  Пример: 0.1       $\textcircled{1.5}$   $\checkmark 2.5$  0.5/0.2    4- худший класс  
 $n = -3, -2, -1, 0$

точности

У электронных осциллографов класс точности отражает другую величину.

**Нормирование** – задание номинальной характеристики для данного типа средства измерения и допускаемых отклонений для данного результата.

**Тип средства измерения** – совокупность средств измерений одного и того же назначения, основанная на одном и том же принципе, имеющие одинаковую конструкцию и выполненные по одной технологической документации.

Поверка – это выяснение соответствия данного средства измерения своему классу точности.

2 способа поверки – 1. Метод сравнения

2. Метод сличения



На ходе ОМ формируется ФВ заданного значения с необходимой точностью, причем погрешность ОМ пренебрежимо мала по сравнению с погрешностью СИ.

$$\delta_{\text{ОМ}} \ll \delta_{\text{СИ}} \quad \Delta x = x_{\text{ВЫХ}} - x_{\text{ВХ}}$$



$$\delta_{\text{ОСИ}} \ll \delta_{\text{СИ}}$$

Расстояние между классами точности 2-х приборов 3 или 5.

$$\Delta x = x_{\text{ВЫХ СИ}} - x_{\text{ВЫХ ОСИ}}$$

Точки поверки – как правило, понимают оцифрованные отметки шкалы, т.е. отметки шкалы под которыми стоят цифры.

Сроки поверки 1 год.

Нормирование дополнительной погрешности ниже

Нормирование дополнительной погрешности

$$Y = f(x, \xi_1, \dots, \xi_n)$$

*Погрешность от всех аргументов*

$$dY = \frac{\partial Y}{\partial x} dx + \frac{\partial Y}{\partial \xi_1} d\xi_1 + \dots + \frac{\partial Y}{\partial \xi_n} d\xi_n$$

$$\Delta Y = \frac{\partial Y}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial Y}{\partial \xi_1} \Delta \xi_1 + \dots + \frac{\partial Y}{\partial \xi_n} \Delta \xi_n$$

$\Delta Y = \Delta Y_{осн} + \Delta Y_{доп}$  — сумма основной и дополнительной погрешностей

$$\Delta Y_{доп} = \sum \frac{\partial Y}{\partial \xi_i} \Delta \xi_i = k_{влияния} = \frac{\partial Y}{\partial \xi_i} \text{ — коэффициент влияния}$$

$\xi_i$  — влияющий  
фактор  
 $\Delta \xi_i = \xi_i - \xi_{i\_ном}$

$$F_{вх}(\xi_i) = k_{вл\_i} * \xi_i \text{ — функция влияния}$$

Нормирование дополнительной погрешности СИ сводится к заданию коэффициента влияния или ф-ции влияния.

### 13.Динамический режим СИ.

#### Описание с помощью дифференциальных уравнений.

Идеальное устройство измерения  $y_k(t) = k_{ном} * x(t)$

$k_{ном}$  - номинальный коэффициент преобразования

$$x(t) = \frac{y_k(t)}{k_{ном}}$$

Реальные устройства измерения обладают инерционными свойствами за счет наличия элементов, запасующих энергию: сила трения, упругости, масса подвижных элементов, входная емкость и т.д.

Уравнение движения подвижной части  $at^2+vt+s_0=0$

**Динамический режим может быть описан:**

- 1) Дифференциальное уравнение
- 2) Переходные и импульсно-переходные характеристики
- 3) Частотные характеристики
- 4) Передаточные функции

#### Дифференциальные уравнения

Поведение средства измерения в динамическом режиме может быть описано линейным неоднородным дифференциальным уравнением с постоянными коэффициентами.

$$A_n y^{(n)}(t) + \dots + A_1 y'(t) + y(t) = kx(t)$$

Пусть статическая погрешность равна 0.

$$\Delta y(t) = y(t) - y_u(t)$$

$$\Delta x(t) = y(t) / k_{ном} - x(t) = (y(t) - y_u(t)) / k_{ном} = \Delta y(t) / k_{ном}$$

$$\Delta y(t) = -A_n y^{(n)}(t) - \dots - A_1 y'(t)$$

$A_i$  – описывает характер поведения СИ

Общее решение невозможно. Удобно рассмотреть поведение средства измерения отдельно для переходного и установившегося режима.

$$y(t) = y_c(t) + y_b(y)$$

$y_c(t)$ - общее решение соответствующего однородного дифф. уравнения или свободные колебания (переходный режим СИ)

$y_b(t)$  – частное решение неоднородного дифф. ур-ния, описывающее установившийся режим, т.е. режим вынужденных колебаний.

Для устойчивых СИ, свободные колебания носят затухающий характер, т.е. при увеличении времени приводит к окончанию свободных колебаний  $\lim_{t \rightarrow \infty} y_c(t) = 0$

Время установления показаний – выбирается таким, чтобы режим свободных колебаний уже закончился, тогда выходная величина  $y(t)=y_b(t)$

В случае если дифф. уравнение, описывающее СИ имеет высокий порядок, то СИ разбивается на динамические звенья младших порядков.

Динамическое звено первого порядка.

$$A_1 y'(t) + y(t) = k_{ном} x(t)$$

$$T_1 y'(t) + y(t) = k_{ном} x(t)$$

$$T_1 = A_1 = 1 / \omega_0$$

$T_1$  – постоянная времени;  $\omega_0$  – некоторая граничная частота данного динамического звена.

Пусть  $x(t) \in [-x_m \dots x_m]$ , а также имеет ограниченный спектр.

$$\Delta x(t) = \frac{\Delta y(t)}{k_{ном}} = \frac{-y'(t)T_1}{k_{ном}} \quad \max |\Delta x(t)| = -\frac{T_1}{k_{ном}} \max |y'(t)| \quad k_m - \max \text{ значение преобр. звена первого порядка}$$

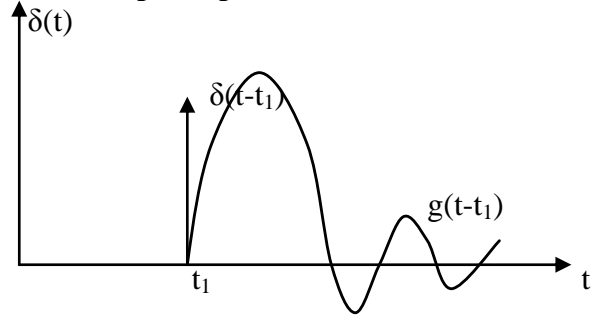
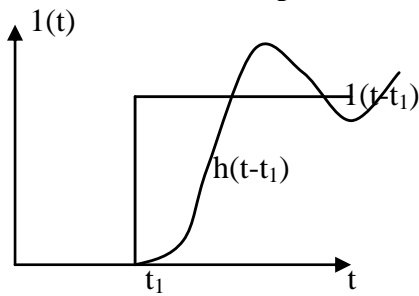
$$\max |y'(t)| \leq \omega_m |y_m| = \omega_m k_m x_m; \quad \max |\Delta x| \leq T_1 \omega_m x_m \quad k_m = k_{ном}$$

$$\max |\gamma_x| = \frac{\max |\Delta x|}{x_N} = \frac{\max |\Delta x|}{2x_m} \leq \frac{T_1 \omega_m}{2} = \frac{1}{2} \frac{\omega_m}{\omega_0}$$

Дает завышенную оценку, поэтому им следует пользоваться при малых значениях отношения частот ( $\omega_m / \omega_0$ )

### 14. Динамический режим СИ.

#### Переходные и импульсно-переходные характеристики.



$$\delta(t) = d1(t)/dt$$

Если на входе  $1(t)$ , то на выходе переходная функция  $h(t)$ .

Если на входе  $\delta(t)$ , то на выходе импульсно-переходная характеристика  $g(t)$

$$g(t) = dh(t)/dt$$

Интеграл наложения

$$y(t) = \int_0^t x(\tau)g(t-\tau)d\tau = \frac{d}{dt} \int_0^t x(\tau)h(t-\tau)d\tau$$

Мы получили возможность используя  $h(t)$  и  $g(t)$  получить связь м/д входной и выходной величиной в динамическом режиме.

$$\delta(t) = \frac{d1(t)}{dt} \Rightarrow g(t) = \frac{dh(t)}{dt}$$

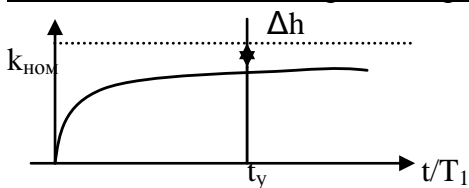
Идеальное СИ -  $y_i = k_{ном}x(t)$

Реальное СИ -  $y(t) = k_{ном}x(t)$

$$\Delta y(t) = y(t) - y_i(t)$$

$$\Delta x(t) = \frac{\Delta y(t)}{k_{ном}}$$

Динамическое звено первого порядка. Входной сигнал  $1(t)$ .



$$h(t) = k_{ном}(1 - e^{-t/T_1}) \quad T_1 - \text{постоянная времени} - \text{характеристика СИ}$$

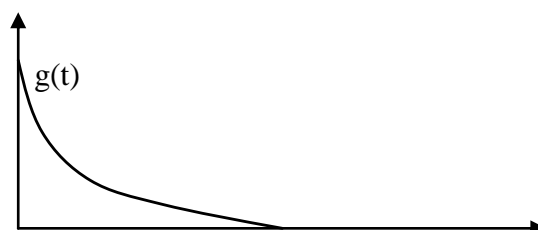
$$t_y = T_1 \ln \frac{1}{\delta}; \quad \delta = \Delta h / h_{\infty} \quad t_y - \text{время установки показаний.}$$

Когда стрелка устанавливается на середину шкалы,  $\delta = 1/50 \Rightarrow t_y = 4T_1$

Задаваясь допустимой погрешностью  $\Delta h$  можно определить значение времени установления показаний.

$t_y$  - динамическая характеристика

$$g(t) = \frac{k_{ном}}{T_1} e^{-t/T_1} \quad \text{весовая функция.}$$

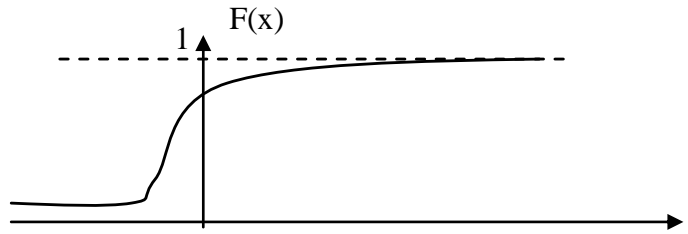


## 15. Вероятностное описание погрешностей.

### Элементы теории вероятностей

$$P(A) = \lim n / m \quad F(x) = P(X < x) = \int_{-\infty}^x W(x) dx$$

$$W(x) = \lim \frac{x < X < x + \Delta x}{\Delta x}$$



$$\int_{-\infty}^{+\infty} W(x) dx = 1$$

$$m_1(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x W(x) dx - \text{Первый начальный момент} - \text{мат ожидание} - \text{центр группирования с.в.}$$

$$m_2(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 W(x) dx - \text{Второй начальный момент}$$

$$D(x) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - m_1(x))^2 W(x) dx - \text{Второй центральный момент} - \text{дисперсия} - \text{степень рассеивания с.в.}$$

$$\sigma(x) = \sqrt{D(x)} - \text{степень отклонения}$$

### Вероятностное описание погрешности.

$M[\Delta x] = \int_{-\infty}^{\infty} \Delta x W(\Delta x) d(\Delta x)$  не случайная величина – центр рассеивания значения погрешности при повторных измерениях.

$M[\Delta x] = \Delta x_c$  - Систематическая погрешность – оценка смещения результатов относительно истинного значения.

$$D[\Delta x] = \int_{-\infty}^{\infty} (\Delta x - M[\Delta x])^2 W(\Delta x) d(\Delta x) = D[\Delta \dot{x}] \text{ Дисперсия погрешности} - \text{степень разброса значений погрешности}$$

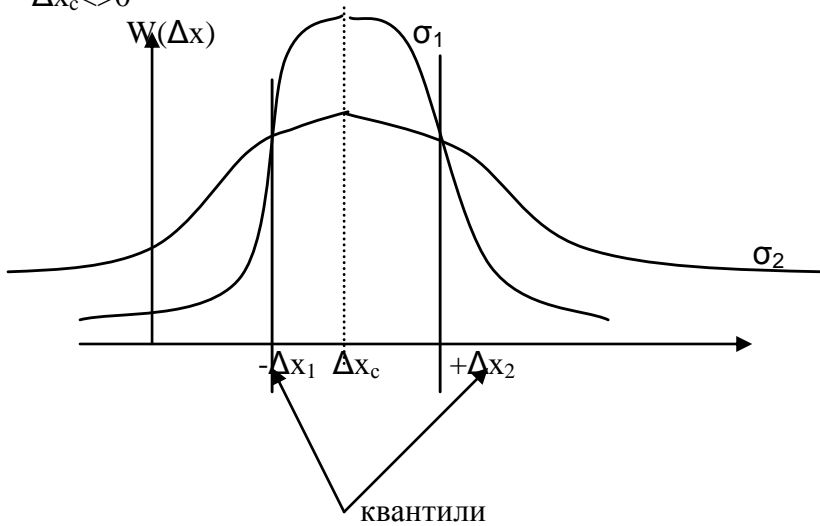
относительно мат ожидания. Поскольку разброс определяется только случайной составляющей, то можно приравнять  $D[\Delta x] = D[\Delta \dot{x}]$

$\sigma[\Delta x] = \sqrt{D[\Delta x]}$  Числовая характеристика точности измерений, всегда положительна и выражается в единицах измеряемой величины.

## 16. Законы распределения

Нормальный закон распределения. Закон Гаусса.

$\Delta x_c < 0$

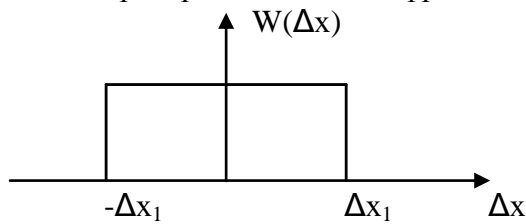


$$W(\Delta x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma[\Delta x]} \exp\left(-\frac{(\Delta x - \Delta x_c)^2}{2\sigma^2[\Delta x]}\right)$$

$\sigma_1 < \sigma_2$

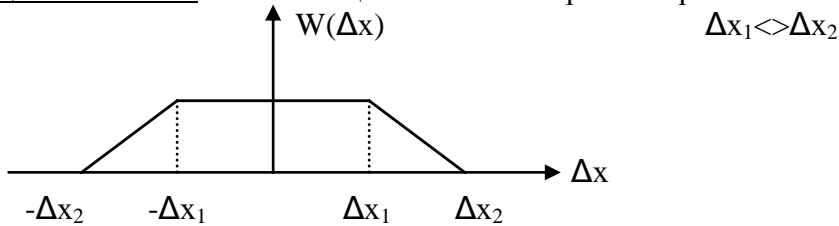
Чем меньше СКО, тем точнее проведены измерения.

Равномерный закон распределения. В цифровых измерительных приборах.

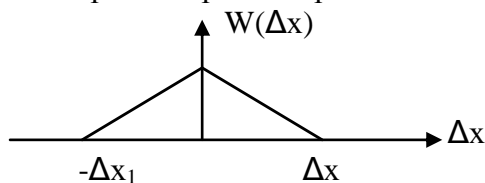


$$W(\Delta x) = \begin{cases} 0, & |\Delta x| > \Delta x_1 \\ 1/(2\Delta x_1), & |\Delta x| \leq \Delta x_1 \end{cases}$$

Трапециидальный закон – композиция нескольких равномерных.



Треугольный закон. Если границы равномерных совпадают.



Наиболее употребительным законом распределения является нормальный, т.к. по центральной предельной теореме т.в. несколько слагаемых со своими законами распределения дадут нормальный закон, если ни одно из них не преобладает.

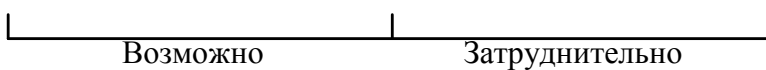
**Доверительный интервал. Доверительная вероятность.**

СКО не может быть оценкой максимальной погрешности, т.к. максимальная погрешность зависит от СКО и зависит от закона распределения погрешности, следовательно, можно говорить о интервале, за который не выйдет значение погрешности с некоторой вероятностью. 0.5; 0.8; 0.9; 0.95; 0.98; 0.99; 0.9973; 0.999.

Доверительный интервал и доверительная вероятность выбираются исходя из условий проведения измерительного эксперимента.

Достоинство ДИ заключается в том, что он может быть выбран и оценен прямо по экспериментальным данным

Р <sub>д</sub> доверительная погрешность	0,8	0,9	0,95	0,98	0,99	0,9973
n – число измерений	20	40	80	200	400	1333



## 17. Мосты и их характеристики.

*Измерительный мост* — СИ, предназначенное для измерения таких параметров, как сопротивление  $R$ , емкость  $C$ , тангенс угла потерь  $\operatorname{tg} \delta$ , индуктивность  $L$ , добротность  $Q$ .

Измерительные мосты строятся на основе нулевого метода или метода сравнения с мерой; они характеризуются высокой точностью измерений

### Классификация мостов

*По типу уравнивания*

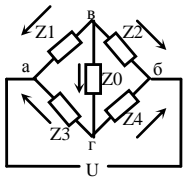
1. С ручным уравниванием.
2. Автоматические.

*По роду измеряемой величины*

1. Мосты постоянного тока.
2. Мосты переменного тока.

*По количеству плеч*

1. Одинарные (4 плеча).
2. Двойные (6 плеч).



$a, б$  — диагональ питания

$в, г$  — измерительная диагональ

В измерительной диагонали используются либо нуль-индикаторы, либо средства измерения тока.

$Z_1, Z_2, Z_3, Z_4$  — плечи моста

Ток в измерительной диагонали

$$I_0 = \frac{U(Z_1 Z_4 - Z_2 Z_3)}{Z_0(Z_1 + Z_3)(Z_3 + Z_4) + Z_1 Z_2(Z_3 + Z_4) + Z_3 Z_4(Z_1 + Z_2)}$$

Условие равновесия мостовой схемы:  $I_0=0$ , при этом  $Z_1 Z_4 = Z_2 Z_3$ .

Произведение сопротивлений противоположных плеч моста равны между собой.

Мост постоянного тока:  $R_1 R_4 = R_2 R_3$

Мост переменного тока:

$$Z_i = Z_i e^{j\varphi_i} \quad \begin{cases} Z_1 Z_4 = Z_2 Z_3 \\ \varphi_1 + \varphi_4 = \varphi_2 + \varphi_3 \end{cases}$$

*Сходимость моста* — достижение состояния равновесия определенным (конечным) числом поочередных переходов от регулировки одного параметра к другому.

### Характеристики мостовых схем

Как известно, чувствительность прибора определяется как

$$S = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} \approx \frac{\Delta y}{\Delta x},$$

где  $\Delta y$  — выходной сигнал,  $\Delta x$  — входной.

Интуитивно понятно, что чувствительность мостовой схемы зависит от измеряемого сигнала.

Различают

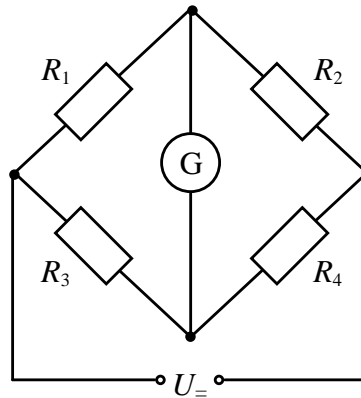
- $S_{mU} = \frac{\Delta U}{\Delta R}$  — чувствительность моста по напряжению,
- $S_{mI} = \frac{\Delta I}{\Delta R}$  — чувствительность по току,
- $S_{mP} = \frac{\Delta P}{\Delta R}$  — чувствительность по мощности.



Заметим, что во всех трех случаях входной величиной считается сопротивление. Поэтому измеряемая величина всегда включается в одно из плеч моста (иногда — в два).

Поскольку чувствительность — метрологическая характеристика, и чем она больше, тем лучше для прибора, то рассмотрим условия достижения максимальной чувствительности мостовой схемы.

1. Мост постоянного тока:  $Z_i = R_i, U = U_+$ .



Будем придерживаться соотношения  $R_2 = mR_1$  между плечами моста.

Условие равновесия моста:  $R_1R_4 = R_2R_3$ .

Придерживаясь этих двух соотношений, оценим максимальную чувствительность в предположении идеальности гальванометра:  $R_G = \infty$ .

Чувствительность мостовой схемы по напряжению

$$S_{mU} = \frac{U_+}{\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)\left(1 + \frac{R_3}{R_4}\right)}.$$

С учетом записанных соотношений,

$$S_{mU} = U_+ \frac{m}{(1+m)^2}.$$

**Вывод:** увеличивая напряжение, мы увеличиваем чувствительность моста. Понятно, что такое увеличение ограничено, поскольку существуют ограничения на выделяемую мощность  $P_{lim}$  в плечах моста.

2. Мост переменного тока:  $U = U_{\sim}$ . Здесь будет примерно то же самое, с поправкой на обозначения (как в методе комплексных амплитуд):

$$S_{m\dot{U}} = \frac{\dot{U}_{\sim}}{\left(1 + \frac{Z_2}{Z_1}\right)\left(1 + \frac{Z_3}{Z_4}\right)}.$$

Пусть существует некоторый комплексный коэффициент  $\dot{k}$ , такой, что

$$Z_2 = \dot{k}Z_1.$$

Из этого условия и условия равновесия получим

$$S_{m\dot{U}} = \dot{U}_{\sim} \frac{\dot{k}}{(1+\dot{k})^2}.$$

То есть справедлив тот же аргумент с увеличением питающего напряжения.



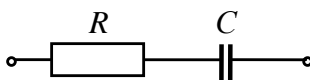
Мостовые схемы нормируются по относительной погрешности и по формуле  $\delta = \pm r$  и по формуле  $\delta = \pm c/d$

### 19. Мосты переменного тока для измерения емкости и угла потерь.

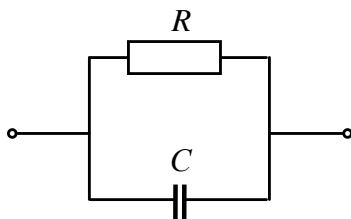
Как известно, для идеальной емкости ток опережает напряжение на угол  $\pi/2$ . В реальных конденсаторах это не так. Емкости делят на:

- емкости с большими потерями;
- емкости с малыми потерями.

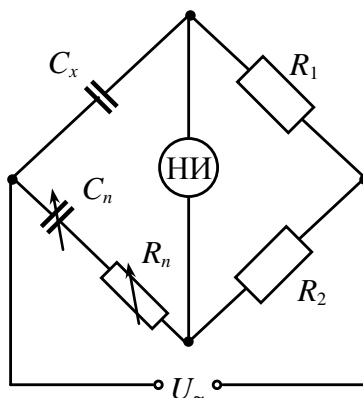
Соответственно, для емкостей с малыми потерями используется последовательная эквивалентная схема:



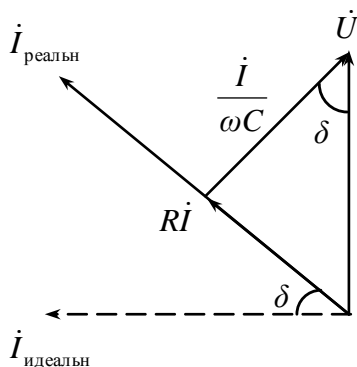
а для емкостей с большими потерями — параллельная:



Рассмотрим мост для измерения емкости с малыми потерями:



Для емкости с малыми потерями векторная диаграмма имеет вид



Для последовательной схемы полные сопротивления плеч моста имеют вид

$$Z_1 = R_x + \frac{1}{j\omega C_x}, Z_2 = R_1, Z_3 = R_n + \frac{1}{j\omega C_n}, Z_4 = R_2,$$

а условие равновесия записывается как

$$(R_x + 1/j\omega C_x)R_2 = (R_n + 1/j\omega C_n)R_1,$$

откуда  $C_x = C_n R_2/R_1$ ,  $R_x = R_n R_1/R_2$ , а тангенс угла потерь равен  $\text{tg } \delta = \omega C_x R_x = \omega C_n R_n$ .

Для параллельной схемы полные сопротивления плеч моста определяются следующими выражениями:

$$Z_1 = \frac{R_x}{1 + j\omega C_x R_x}, Z_2 = R_1, Z_3 = \frac{R_n}{1 + j\omega C_n R_n}, Z_4 = R_2.$$

При достижении условия равновесия выполняется равенство

$$\frac{R_x R_2}{1 + j\omega C_x R_x} = \frac{R_n R_1}{1 + j\omega C_n R_n},$$

откуда имеем

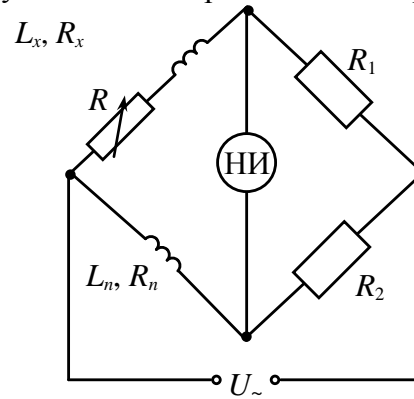
$$C_x = C_n \frac{R_2}{R_1}, R_x = R_n \frac{R_1}{R_2},$$

а тангенс угла потерь

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{1}{\omega C_x R_x} = \frac{1}{\omega C_n R_n}.$$

## 20. Мосты переменного тока для измерения индуктивности и добротности.

Схема моста для измерения индуктивности с применением образцовой индуктивности имеет вид:



В случае малых потерь ( $R_x < R_n$ ), то  $R$  подключают последовательно с  $L_x$ ; иначе — последовательно с  $L_n$ .

При  $R_x < R_n$  из условия равновесия моста получим

$$L_x = L_n R_1 / R_2, R_x = R_n R_1 / R_2 - R,$$

а при  $R_x > R_n$

$$L_x = L_n R_1 / R_2, R_x = (R_n + R) R_1 / R_2.$$

Добротность катушки определяется по значениям  $L_x, R_x$ :

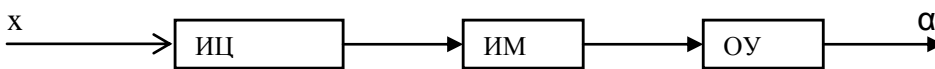
$$Q = \frac{\omega L_x}{R_x}.$$

## 21. Магнитоэлектрический измерительный механизм.

### Электромеханические приборы.

Это приборы, в которых электрическая энергия измеряемого сигнала преобразуется в механическую энергию подвижной части прибора.

$$W_{\text{эл}} \rightarrow W_{\text{мех}}$$



*Измерительная цепь* – служит для преобразования электрической энергии входного сигнала в электрическую же энергию (масштабирование)

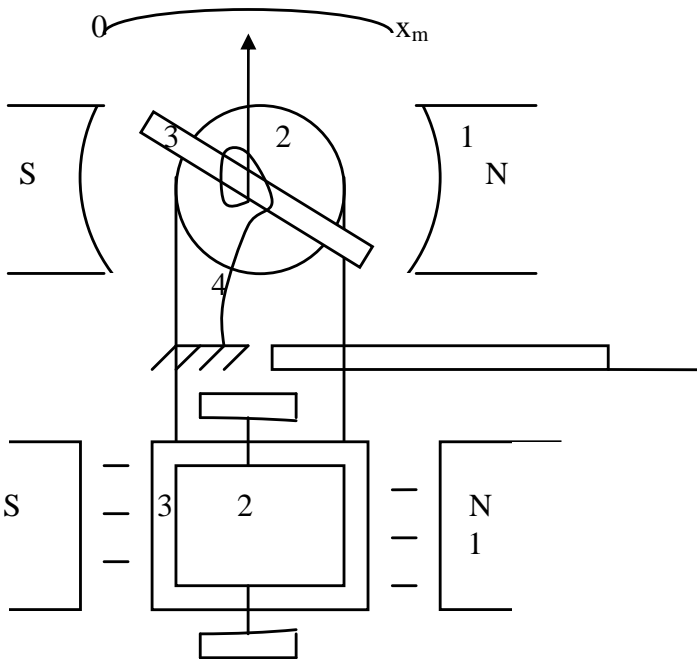
*Измерительный механизм* – для преобразования электрической энергии в механическую движения подвижной части.

*Отсчетное устройство* – для визуализации показаний.

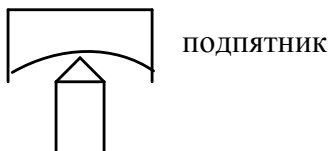
Классификация электромеханических приборов.

- 1) По виду измеряемой величины (ток, напряжение, сопротивление, мощность, частота, фаза)
- 2) По роду электрического сигнала (на переменном токе, на постоянном токе, и на переменном и на постоянном токе)
- 3) По способу создания противодействующего момента ( $dW_{\text{эл}}/d\alpha = M_{\text{вр}}$  – вращающий момент, противодействующий момент  $M_{\text{пр}}$ , в момент уравнивания  $M_{\text{пр}} = -M_{\text{вр}}$ ; механический – пружина, логотрический – за счет дополнительной катушки, создающей встречное магнитное поле)
- 4) По способу успокоения подвижной части (магнитно-индукционный, воздушный, жидкостный)
- 5) По типу измерительного механизма (магнитоэлектрический, электромагнитный, электродинамический, электростатический, индукционный, ферро-динамический)

### Магнитоэлектрические приборы.



- 1 – магнитные полюсные наконечники
- 2 – неподвижный сердечник
- 3 – рамка с током (прямоугольная катушка)
- 4 – противодействующая пружина



— kern

Керн-подпятник либо система без моментных подвесок (растяжек)

$$M_{ep} = \frac{dW_{эм}}{d\alpha}$$

$$\Psi = BS n \alpha \quad W_{эм} = \Psi I \quad M_{ep} = BS n I$$

$$\alpha = \frac{BS n}{W} I \quad S_I = \frac{BS n}{W}$$

S – площадь рамки

n – количество витков

$\alpha$  – угол поворота рамки

$W_{эм}$  – э/м энергия, которая возникает в конструкции

Поле в зазоре равномерное и  $\leq 2$  Гл

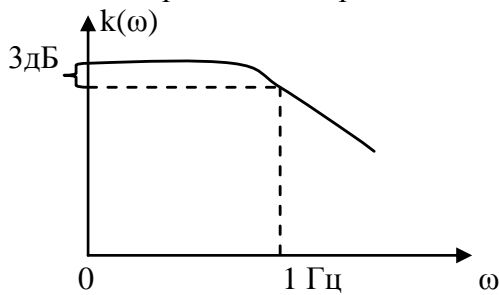
$S_I = \text{const!!!}$  – чувствительность по току магнитоэлектр. измер. механизма

Достоинства:

- 1) Высокая чувствительность  $S_I = 10^9 \div 10^{13} \text{ дел/А}$
- 2) Высокая точность  $k=0.1; 0.2$
- 3) Нечувствительность к внешним магнитным полям, т.к. собственное поле сконцентрировано внутри измерительного механизма
- 4) Линейная равномерная шкала

Недостатки:

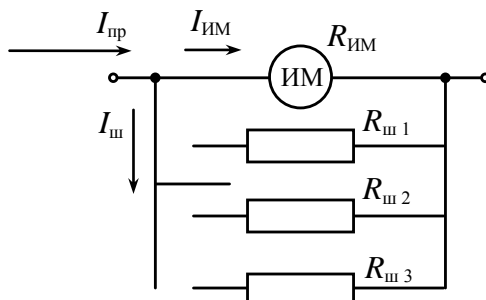
- 1) Низкая перегрузочная способность
- 2) Невозможность работы на переменном токе



- 3) Относительная сложность производства данного типа механизмов.

## 22. Магнитоэлектрические амперметры

Поскольку нагрузочная способность МЭИМ весьма мала, применяется *шунтирование*: включение *параллельно* с ИМ *малого* шунтирующего сопротивления. В этом случае большой ток  $I_{\text{пр}}$  будет течь через это сопротивление, а малый ток  $I_{\text{ИМ}}$  — через измерительный механизм. Ниже показан случай, когда один амперметр работает на нескольких диапазонах измерений. Для переключения между соответствующими шунтирующими сопротивлениями используется *скользящий контакт*.



Согласно законам Кирхгофа, получим ( $R_{\text{ш}}$  — эквивалентное шунтирующее сопротивление)

$$I_{\text{пр}} = I_{\text{ИМ}} + I_{\text{ш}},$$

$$I_{\text{ИМ}} R_{\text{ИМ}} = I_{\text{ш}} R_{\text{ш}},$$

$$R_{\text{ш}} = \frac{R_{\text{ИМ}}}{k_{\text{ш}} - 1},$$

где обозначили  $k_{\text{ш}}$  коэффициент шунтирования:

$$k_{\text{ш}} = \frac{I_{\text{пр}}}{I_{\text{ИМ}}}.$$

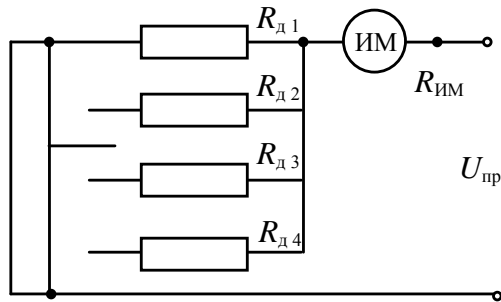
Таким образом можно измерить ток в диапазоне

$$I_{\text{пр}} = 10^{-7} \div 7,5 \cdot 10^3 \text{ А.}$$



### 23. Магнитоэлектрические вольтметры

При изменении напряжения ток, текущий через ИМ, ограничивается добавочным (*большим*) сопротивлением  $R_d$ , соединяемым с ИМ *последовательно*. На следующей схеме показан случай, когда вольтметр работает на разных пределах измерения. Соответствующие добавочные сопротивления выбираются с помощью скользящего контакта.



В этом случае предельное напряжение

$$u_k = i_{ИМ} (R_{ИМ} + R_d) = \frac{U_{ИМ}}{R_{ИМ}} (R_{ИМ} + R_d).$$

Введем добавочный коэффициент  $k_d$ , равный

$$k_d = \frac{u_k}{U_{ИМ}} = \frac{R_{ИМ} + R_d}{R_{ИМ}}.$$

В итоге получим

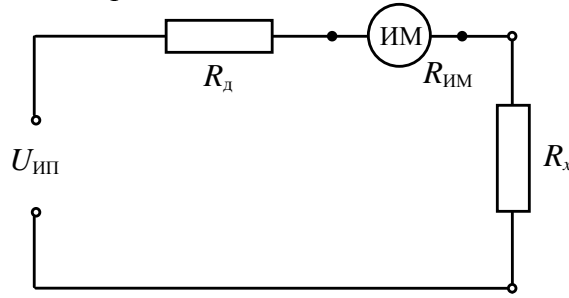
$$R_d = R_{ИМ} (k_d - 1).$$

Таким образом можно измерить напряжение в диапазоне

$$U_{пр} = 0,5 \cdot 10^{-3} \div 3 \cdot 10^3 \text{ В.}$$

## 24. Магнитоэлектрические Омметры

### 1. Последовательная схема омметра:



Объект измерения — сопротивление  $R_x$ .

$R_d$  — добавочное сопротивление, ограничивающее ток через ИМ.

$U_{ИП}$  — напряжение на источнике питания.

Тогда получим

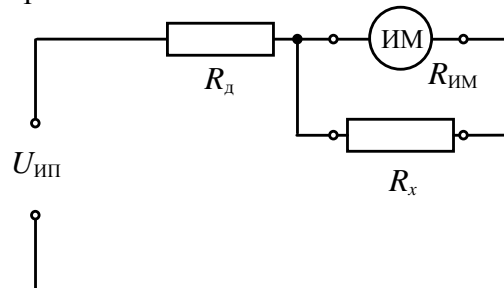
$$I_{ИМ} = \frac{U_{ИП}}{R_x + R_d + R_{ИМ}}$$

$$\alpha = S_I I_{ИМ} = \frac{BSn}{W} \frac{U_{ИП}}{R_x + R_d + R_{ИМ}} \approx \frac{BSn}{W} \frac{U_{ИП}}{R_x}, \text{ поскольку } R_x \gg R_d \text{ и } R_{ИМ}.$$

Если напряжение питания изменяется, то показания прибора *при том же самом сопротивлении*, само собой, будут меняться. Чтобы этого избежать, применяют *магнитный шунт* (например, в тестерах): измеряют индукцию, подстраивая прибор под изменяющееся напряжение питания. Для настройки закорачивают контакты и «сдвигают» показания на ноль при помощи регулятора.

С учетом обратной пропорциональной зависимости  $\alpha$  от  $R_x$ , шкала прибора мало того что будет иметь вид  $\infty..0$ . Она будет неравномерной! Поэтому на таких приборах всегда размещают дополнительную, равномерную шкалу, и нормируют погрешность по длине этой шкалы  $l_{шк}$ ; класс точности омметров обозначается в виде «числа с крышечкой внизу».

### 2. Параллельная схема омметра:



Практически аналогично предыдущему случаю, получим

$$I_{ИМ} = \frac{U_{ИП}}{R_d + \frac{R_{ИМ} R_x}{R_{ИМ} + R_x}} = \frac{U_{ИП} (R_{ИМ} + R_x)}{R_x R_d + R_{ИМ} R_d + R_{ИМ} R_x}.$$

Аналогичным образом анализируя это выражение, получим условие  $R_x \ll R_d$ , чтобы  $I_{ИМ}$  был преимущественно функцией  $R_x$ .

Шкала здесь, в отличие от предыдущего случая, будет иметь вид  $0..\infty$ .

Класс точности омметров находится в пределах

$$\underbrace{1,5}_{\downarrow} \div \underbrace{2,5}_{\downarrow}.$$

*Заметим*, что существуют комбинированные приборы, объединяющие в себе амперметр, вольтметр, омметр, частотометр и т.д.

## 25. Электромагнитный измерительный механизм.

Электронные аналоговые приборы и преобразователи.

Средства измерения, в которых преобразование сигнала измерительной информации производится с помощью аналоговых электронных устройств. Выходной сигнал таких средств измерения является непрерывной функцией входного сигнала. Используются для измерения всех видов электрических сигналов: напряжение, ток, сопротивление, фаза, частота...

*Электронные вольтметры* – средства измерения, в которых измеряемое напряжение преобразуется в постоянный ток, который измеряется МЭИМ.

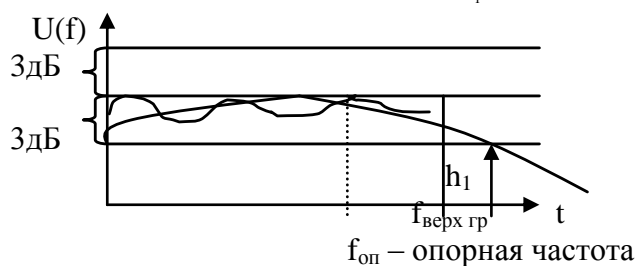
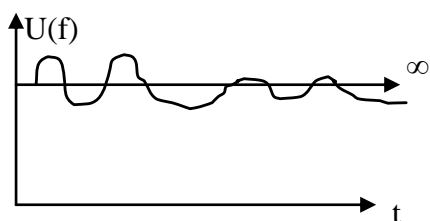
Шкала проградуирована в единицах измерения напряжения

### Характеристики:

- 1) Широкий диапазон измеряемых значений напряжения, от  $10^{-9}$  В на постоянном токе до  $10^3$  В на переменном токе.
- 2) Высокая чувствительность за счет использования входных усилителей
- 3) Большое входное сопротивление
- 4) Широкий частотный диапазон измеряемого напряжения от 0 до  $10^8$  Гц

Напряжение зависит от частоты (график 1)

Неравномерность АЧХ не должна превышать  $\pm 3$  дБ относительно опорной.  $N = 20 \lg \frac{h_2}{h_1}$  (график 2)



$f_{\text{верх гр}}$  – верхняя граница частоты

$\Delta f = f_{\text{в гр}} - f_{\text{н гр}} = f_{\text{в гр}}$  ( $f_{\text{н гр}} = 0$ ) – полоса пропускания

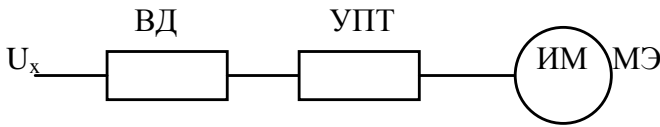
Опорная часть – значение частоты, которое заведомо лежит почти в центре полосы пропускания ср-ва измерения

**Электронные вольтметры подразделяются на:**

- 1) Постоянного тока – для измерения постоянного напряжения
- 2) Переменного тока
- 3) Универсальные (также измеряют дополнительные величины)
- 4) Импульсные
- 5) Селективные

## 26. Электронные аналоговые вольтметры постоянного и переменного тока.

### Постоянного тока.



ВД - Входной делитель с коэффициентом преобразования, УПТ - Усилитель постоянного тока, ИМ-Магнитоэлектрический измерительный механизм.

$$\alpha = k_{ВД} k_{УПТ} S_U U_x$$

Обладают высокой чувствительностью.

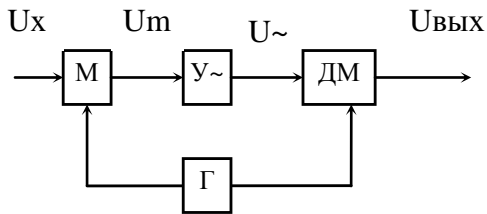
Особенности:

1)  $k_{УПТ} \approx 1$

2) Большое входное сопротивление

При  $k_{УПТ} > 1$  появляется дрейф нулевого уровня.

Для увеличения чувствительности используется модулятор, демодулятор. (микровольтметры)



$U_{\sim}$  - переменное напряжение

$U_{\text{вых}}$  - выходное напряжение

М- модулятор

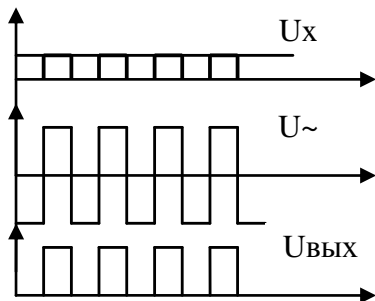
У~ - усилитель переменного тока

ДМ - демодулятор

Г - генератор

$U_x$  - измеряемое напряжение

$U_M$  - модуляционное напряжение



Усилитель усиливает переменную составляющую.

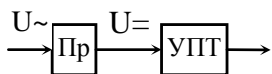
$$U_{\text{вых}} = U_{\text{ср}} = k U_x$$

$$k \sim 10^5$$

Функцию модулятора и демодулятора выполняют аналоговые ключи, которые управляются генератором синхронно. Позволяет получать величину коэффициента усиления до  $\sim 10^5$ . Зависит от полярности.

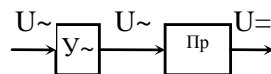
### Вольтметры переменного тока.

1.



$\uparrow R_{\text{вх}}$ ,  $\Delta f$  до 100 МГц  
чувствительность мВ

2.



$\Delta f$  до 10 МГц  
мкВ, нВ

1) Пр - преобразователь  $U_{\text{ср}}$  - постоянное напряжение

Особенности 1. высокое вход. сопротивление  $\rightarrow \Delta f$  до сотен МГц

2. Но невысока чувствительность (мВ)

2)  $U_{\sim}$  - усилитель переменного тока Пр – преобразователь

Особенности 1.  $\Delta f$  до десятков МГц

2. мкВ и нВ

В зависимости от преобразователя вольтметры разделяются:

1) Амплитудных значений  $U_A$

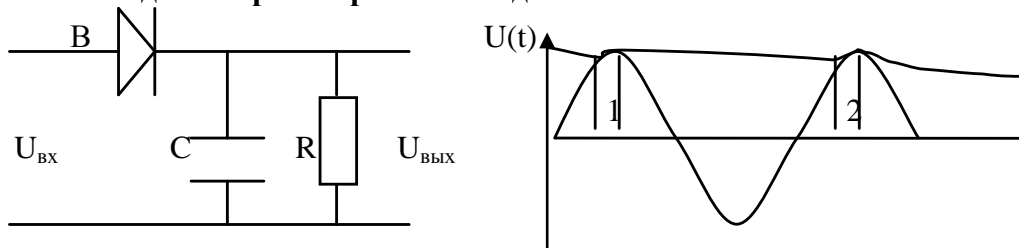
2) Средних значений  $U_{cp}$

3) Действующих значений  $U_d$

Шкалы электронных вольтметров градуируются в действующих значениях синусоидального сигнала.

**1. Пиковые детекторы** – преобразователи в вольтметрах амплитудных значений.

**Пиковый детектор с открытым входом.**



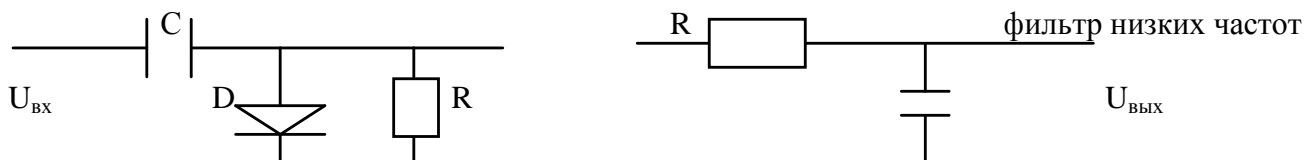
Происходит подзаряд конденсатора (моменты 1 и 2) положительной полуволной, отрицательная полуволна не пропускается диодом. Для минимизации пульсаций подбирают время заряда-разряда

конденсатора  $\tau_s < \frac{1}{f_{верх}}$ ;  $\tau_p > \frac{1}{f_{нижн}}$ ;  $\alpha = k_v U_{max}$

$$U_{ВХ1} = U_A \sin \omega t; \quad U_{ВХ2} = U_0 + U_A \sin \omega t$$

$$U_{ВЫХ} = k_v (U_0 + U_A)$$

**Пиковый детектор с закрытым входом.**



$$U_{ВЫХ} = k_v U_A; \quad - k_v - \text{коэфф. преобразования вольтметра}$$

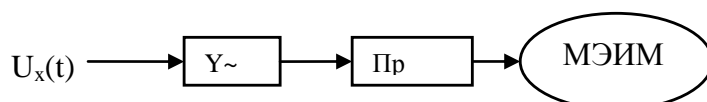
Схема имеет большую пульсацию входного напряжения.

В этих схемах используются фильтры нижних частот.  $U_{np} \approx U_m$

Если пульсации сглаживаются -  $U_{np} = U_m$

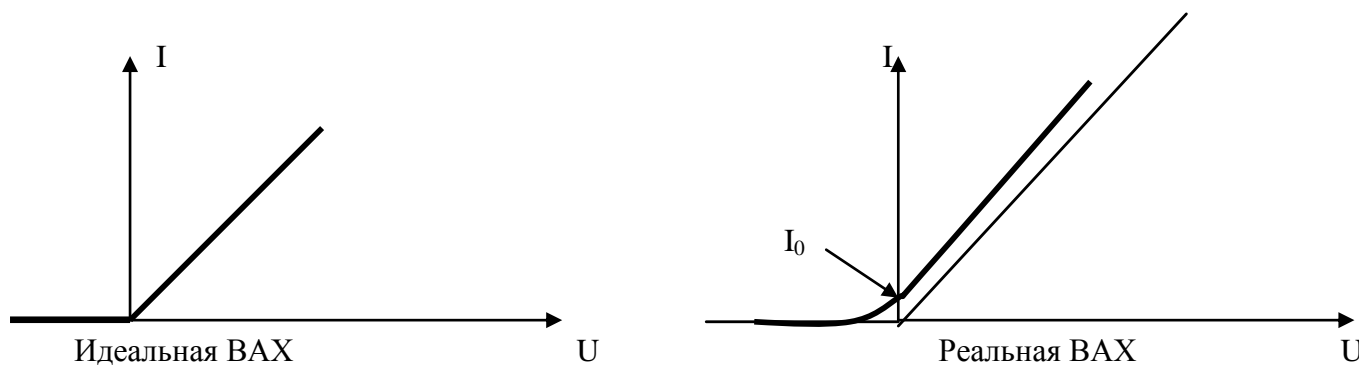
Из-за градуировки в действующих значениях  $U_m = k_{a.c} U_{np}$ , коэффициент амплитуды синусоидального сигнала. Если не синусоидальный сигнал, то  $U = U_m / k_a = \sqrt{2} U_{np} / k_a$  (действующ. значение)

**2. Вольтметры средних значений.**



У~ - Усилитель переменного напряжения, Пр - преобразователь.

$$\alpha = k_V \frac{1}{T} \int_0^T |U_x(t)| dt = k_V U_{cp}$$



Увеличение входного напряжения увеличивает чувствительность и уменьшает влияние нелинейности входных диодов преобразователя (за счет перехода в область линейной зависимости)

$$U_{cp} = \frac{U_{np}}{k_{\phi c}} = \frac{U_{np}}{1.11}; \quad U = k_{\phi} U_{cp} = k_{\phi} U / 1.11 \text{ для несинусоидального сигнала.}$$

### 3. Вольтметры действующего значения.

Для усиления сигнала используют квадратирующие устройства.

$$\alpha = k_V \frac{1}{T} \int_0^T U_x^2(t) dt = k_V U_x^2. \text{ Шкала у таких приборов квадратичная.}$$

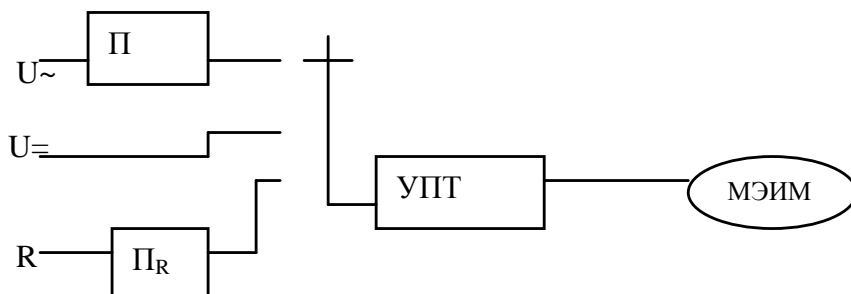
#### Универсальные вольтметры.

На основе пиковых детекторов с закрытым входом.

Постоянное напряжение: 0.1÷600В

Переменное напряжение: 1÷600В

Сопротивление: 10Ом÷100Мом



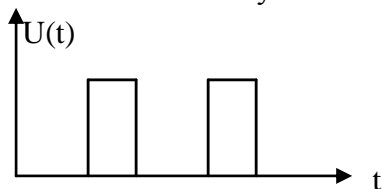
#### Импульсные вольтметры.

Для измерения амплитуды сигналов различной формы.

Особенности:

- 1) Малая длительность измеряемых импульсов 10÷100нс

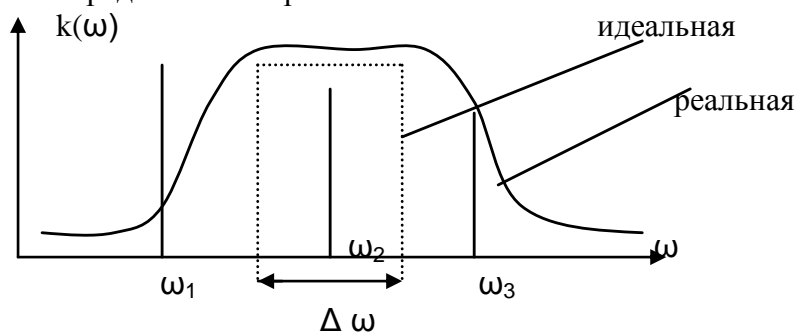
2) Значительная скважность импульсов  $\Theta = T / \tau_{им} \rightarrow 10^9$  (период к длительности импульса)



Шкала градуируется в амплитудных значениях. Пиковый детектор с закрытым входом.

### Селективные вольтметры.

Для измерения действующих значений напряжения в некоторой полосе частот или действующего значения определенных гармоник.



Полоса пропускания полосового фильтра выделяет одну отдельную гармонику

$$k(\omega) = k = \text{const} \quad \omega \in \left[ \omega_\phi \pm \frac{\Delta\omega}{2} \right] \quad \omega_\phi - \text{текущая частота}$$

$k(\omega) = f$  – на всех остальных частотах

Реальная - это уже диапазон частот

Невысокая точность  $6 \div 15\%$  основная погрешность.

Диапазон измеряемого напряжения  $0.1 \text{ мкВ} \div 1 \text{ В}$ .

Диапазон частот  $10 \text{ Гц} \div 100 \text{ кГц}$ .

## 27. Электронно-лучевые осциллографы. Характеристики. Способы применения.

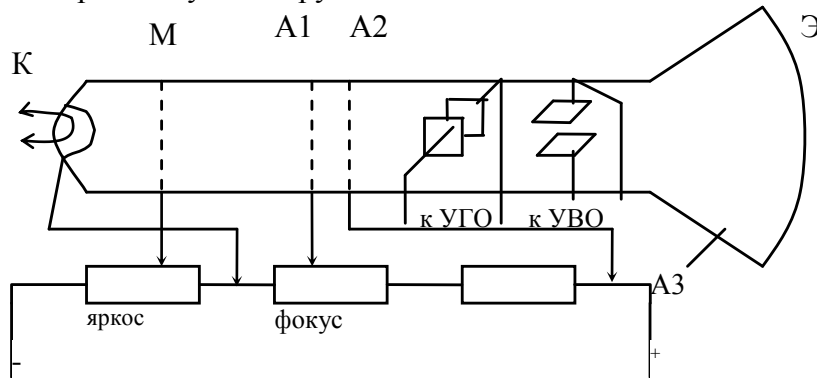
### Электронно-лучевой осциллограф.

Для визуального наблюдения, измерения и регистрации электрических сигналов.

Особенности:

- 1) Широкий частотный диапазон
- 2) Высокая чувствительность
- 3) Большое входное сопротивление

Электронно-лучевая трубка.



К – катод: эмиссия электронов.

А1, А2 – аноды в виде сеток

А1 – фокусировка: толщина линии

А2 – ускоряющий анод.

УГО – усилитель горизонтального отклонения. УВО – вертикального.

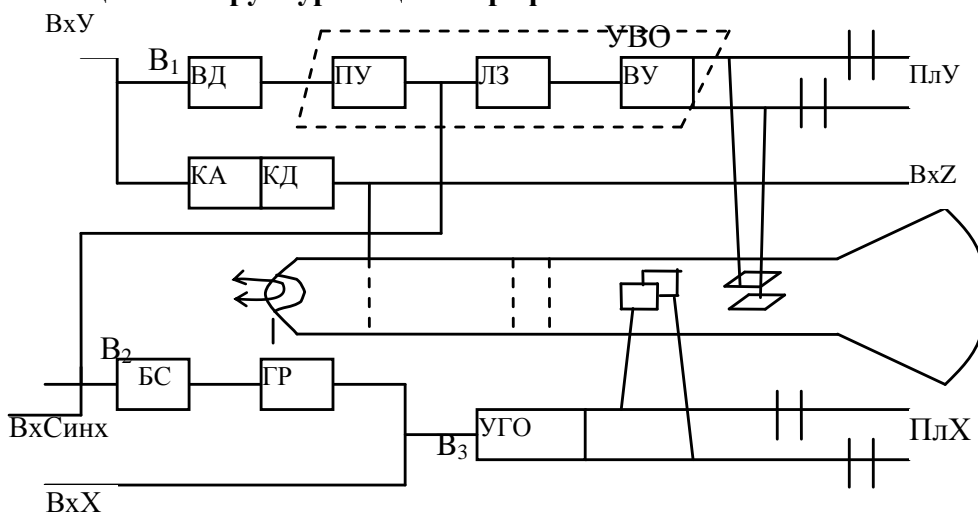
А3 – измерение импульсных сигналов большой скважности.

Э – экран

Характеристики:

- 1) Чувствительность (0,1 – 1 мм/В)
- 2) Полоса пропускания (100МГц)
- 3) Длительность послесвечения – время между прекращением действия луча и моментом, когда яркость достигнет 1% от первоначальной (в универс. 0,1с)
- 4) Рабочая площадь экрана: геометрические размеры и нелинейность отклонения луча.

### Обобщенная структура осциллографа.



ВД – входной делитель – масштабирование входного сигнала

ПУ – пусковое устройство – пуск канала вертикального отклонения

ЛЗ – линия задержки – для задержки входного сигнала на некоторое время, время срабатывания ГР



ВУ – выходной усилитель – для формирования сигнала, управляющего непосредственно пластинами вертикального отклонения.

УВО – усилитель вертикального отклонения

КА – калибратор амплитуд – генератор прямоугольных импульсов с известными значениями амплитуды и частоты. Таким образом, при калибровке устанавливаются нормированные значения амплитуды и частоты, по которым осуществляется настройка коэффициентов отклонения и развертки.

КД – калибратор длительности

БС – блок синхронизации – для получения устойчивой картинки, для чего частота ГР делается переменной

ГР – генератор развертки – формирование пилообразного сигнала

УГО – усилитель горизонтального отклонения

ВхХ – вход Х

ВхУ – вход У

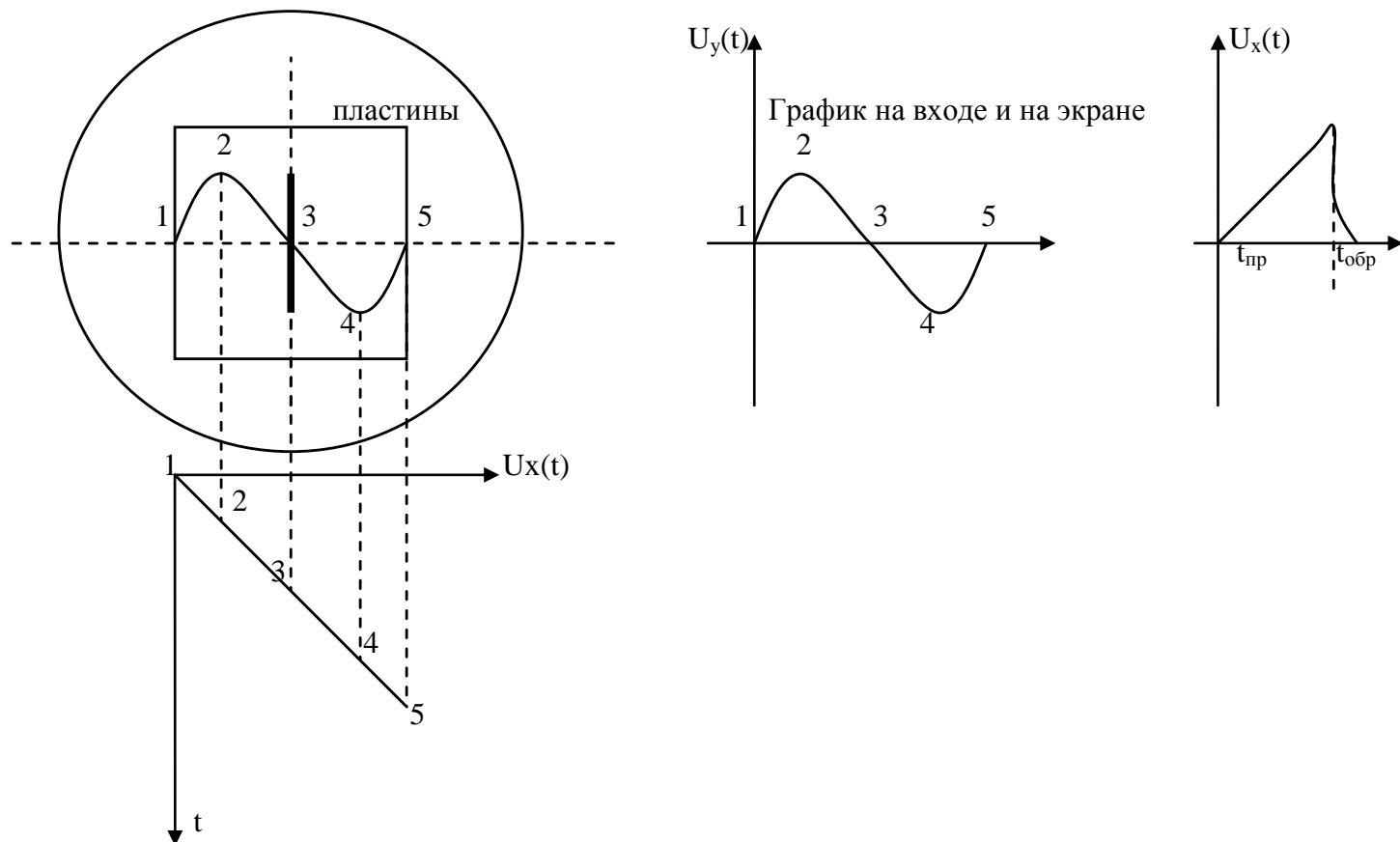
ВхZ – вход Z

Вх синх – вход синхронизации

ПлУ – пластины У

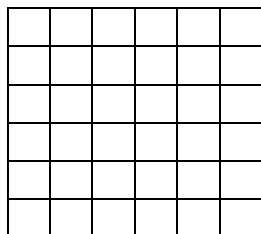
ПлХ – пластины Х

## 28. Электронно-лучевые осциллографы. Развертка по амплитуде и длительности.



Пластины, нарисованные горизонтально – вертикального отклонения, нарисов. вертикально – горизонтального отклонения.

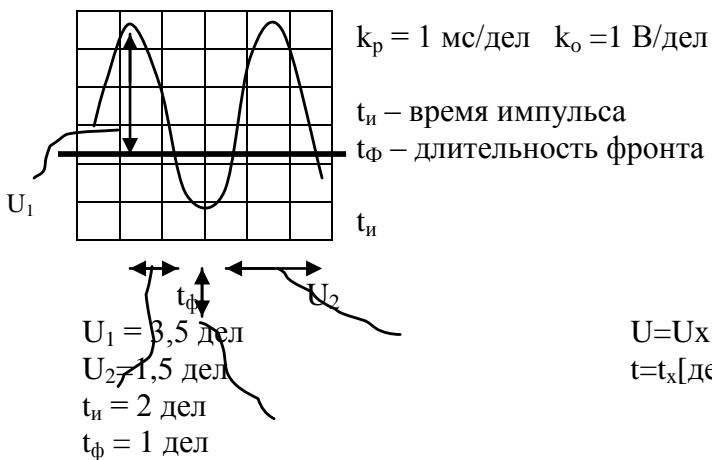
Если ничего не подавать на горизонтальные пластины, то мы увидим прямую вертикаль.



- экран осциллографа. Цена деления клеточки одинакова, время течет равномерно. Нужно чтобы Лу бегал с равномерной скоростью. Форма сигнала должна быть линейной.

$t_{пр}$  – прямой ход луча

$t_{обр}$  – обратный ход луча (лучевая пушка запирается и луч пропадает)



$$U = U_x[\text{дел}] * k_o$$

$$t = t_x[\text{дел}] * k_p$$

4 класса точности относительно погрешности: 1(3%), 2(5%), 3(10%), 4(12%) – для Ко и Кд.

Эта погрешность нормируется, когда на вход осциллографа подаются нормированные сигналы (меандр или синус).

Если период наблюдаемого сигнала кратен частоте ГР, то видим стационарную картинку. Для компенсации времени сдвига используется ЛЗ.

Ждущая и автоматическая синхронизация: в режиме ждущей ГР запускается только одновременно с приходом наблюдаемого сигнала.

Закрытый вход – проходит только переменная составляющая, Открытый – постоянная тоже.

## 29. Цифровые приборы. Общие сведения классификация.

*Цифровые измерительные приборы (ЦИП)* — приборы, автоматически вырабатывающие дискретные сигналы цифровой информации; выходной сигнал представляется в виде цифрового кода.

При преобразовании аналоговой величины в цифровую происходит *дискретизация* измеряемой величины по времени и *квантование* ее по уровню.

*Дискретизация* — преобразование, при котором значения цифровой величины отличаются от нуля и совпадают с соответствующими значениями измеряемой величины только в определенные промежутки времени:

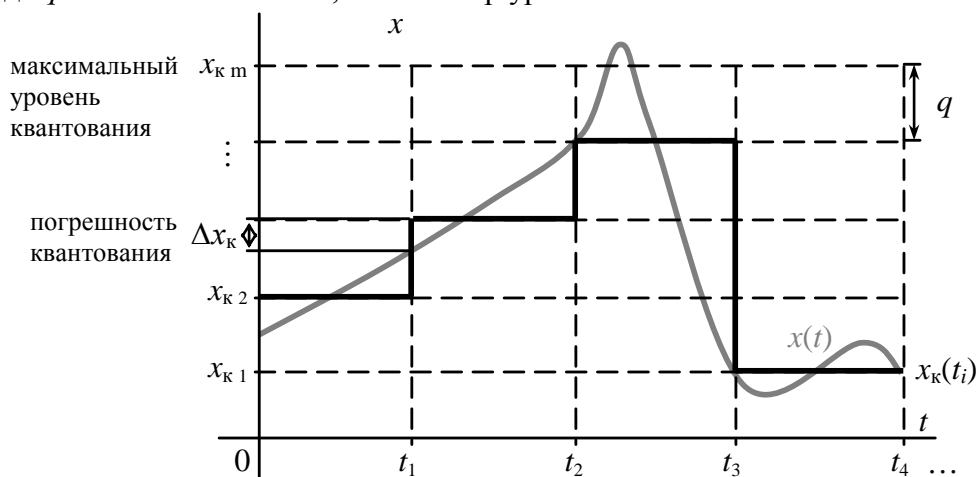
$$x(t) \rightarrow \{x(t_i)\}.$$

Величина  $\Delta t = t_{i+1} - t_i$  называется *шагом дискретизации*.

*Квантование* — преобразование, при котором непрерывная аналоговая величина принимает фиксированные (дискретные) значения, которые имеют название *уровней квантования (квантов)*:

$$x_k(t_i) = Nq,$$

где  $q$  — величина кванта,  $N$  — номер уровня квантования.



### Классификация ЦИУ (цифровых измерительных устройств)

*По способу преобразования непрерывной величины в код*

1. Последовательного счета.
2. Последовательного приближения.
3. Считывания.

*По измеряемой величине*

Вольтметры, амперметры, омметры, фазометры, частотометры и т.д.

*По способу усреднения*

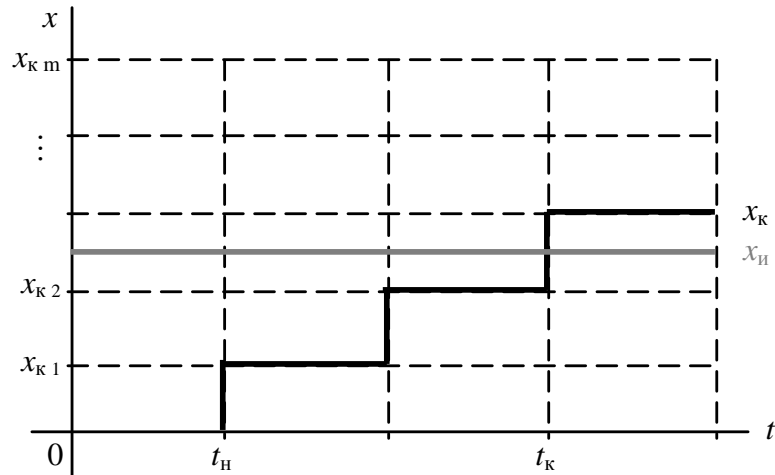
1. ЦИУ мгновенных значений.
2. Интегрирующие.

*По режиму работы*

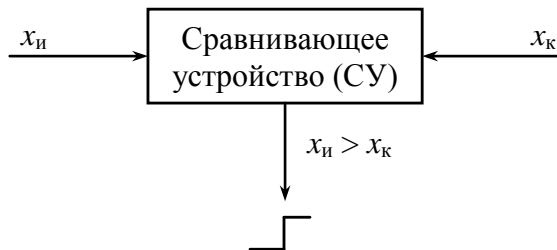
1. *Циклические*: непрерывно повторяющие процедуру измерения.
2. *Следящие*: осуществляющие процедуру измерения при отличии нового значения измеряемой величины от старого на некоторую константу  $\Delta$ , называемую *уставкой*.

### 30. Основные методы преобразования непрерывной величины в код.

#### 1. Метод последовательного счета



В некоторый начальный момент времени  $t_n$  формируется квантованная величина, и происходит постоянное сравнение измеряемой величины и квантованной величины, возрастающей или убывающей с шагом квантования:



Если сигнал больше квантованной величины, квантованная величина растет. Если сигнал меньше либо равен квантованной величине, происходит остановка. В процессе преобразования ведется подсчет числа ступеней  $x_k$ , с начала преобразования до момента времени конца  $t_k$ . В процессе преобразования образуется единичный последовательный непозиционный код  $N$ .

Для этого метода время преобразования

$$\Delta t_{\text{пр}} = t_k - t_n = f(x_n) = N\Delta t,$$

где  $\Delta t = \text{var}$  — время формирования одной ступени.

В среднем этот метод является самым долгим, но зато его простота является несомненным плюсом.

#### 2. Метод последовательных приближений (поразрядного уравнивания)

Схема сравнения точно такая же, как и в методе последовательного счета. Но  $x_k$  формируется по особому закону:

а. На первом шаге  $x_{k1} = x_{\text{км}}/2$ .

б. На  $i$ -м шаге. Если  $x_{ki} < x_n$ , то  $x_{ki} = x_{ki-1}/2$  и суммируется с предыдущим сигналом.  $i$ -й разряд устанавливается равным 1.

Если  $x_{ki} = x_n$ , то  $i$ -й разряд устанавливается равным 1 и мы останавливаемся.

Если  $x_{ki} > x_n$ ,  $i$ -й разряд устанавливается равным 0, возвращаемся на  $(i-1)$ -й уровень сигнала и суммируем его с  $x_{ki} = x_{ki-1}/2$ .

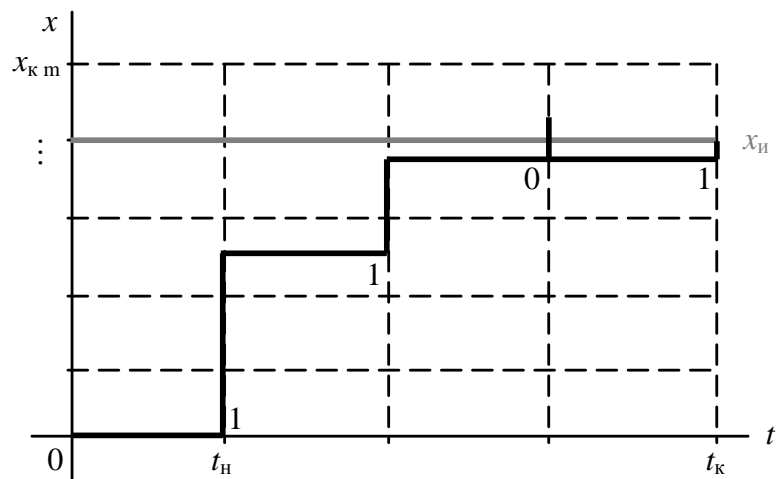
Время преобразования здесь равно

$$\Delta t_{\text{пр}} = n\Delta t = \log_2 N_m \cdot \Delta t,$$

где  $\Delta t$  — время формирование ступеней,  $n$  — число ступеней,  $N_m$  — число уровней квантования.

Очевидно, в этом случае  $\Delta t_{\text{пр}} = \text{const}$ .

Пример формирования кода ( $N = 1101$ ):



3. Метод считывания. В этом случае преобразование самое быстрое, так как здесь одновременно формируются все уровни квантования, и происходит одновременное сравнение  $x_H$  с этими уровнями.

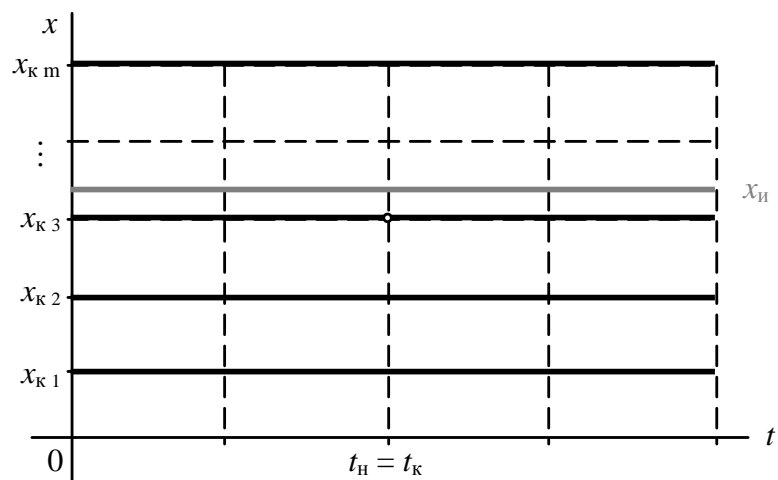
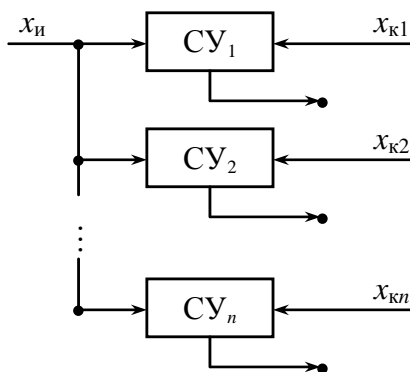
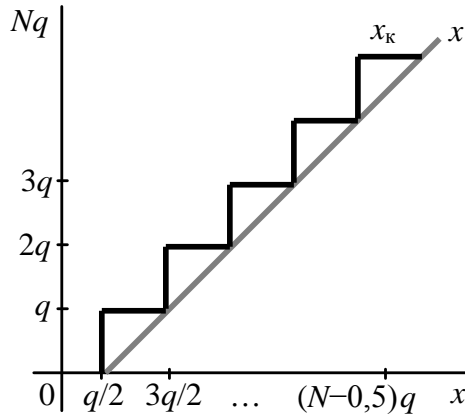


Схема:



### 31. Основные характеристики цифровых СИ.

Идеальная статическая характеристика преобразования ЦИП имеет следующий вид:

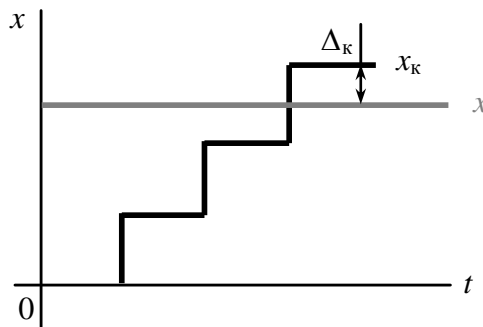


Идеальный ЦИП имеет только погрешность квантования, являющуюся методической погрешностью.

При работе реальных ЦИП возникают 3 рода погрешностей:

1. Погрешность дискретности (погрешность квантования)  $\Delta_k$ .
2. Погрешность от наличия порога чувствительности  $\Delta_\tau$ .
3. Погрешность реализации уровней квантования  $\Delta_p$ .

1. Погрешность квантования зависит от способа отождествления аналоговой величины с уровнем квантования:
  - а. Отождествление с ближайшим большим или равным уровнем квантования

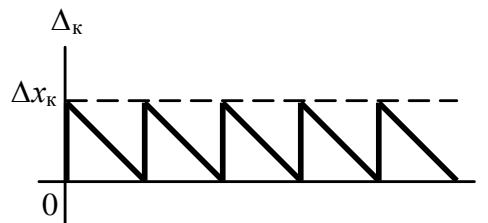


В этом случае погрешность квантования равна

$$\Delta_k = x_{ki} - x_n = \alpha \Delta x_k,$$

где  $\Delta x_k = q$  — шаг квантования,  $\alpha = 0 \div 1$ .

В этом случае график погрешности квантования имеет вид

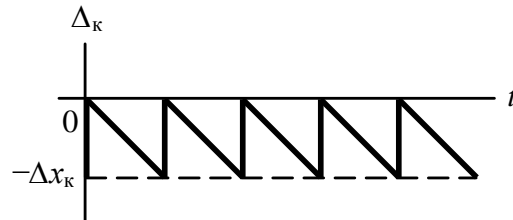
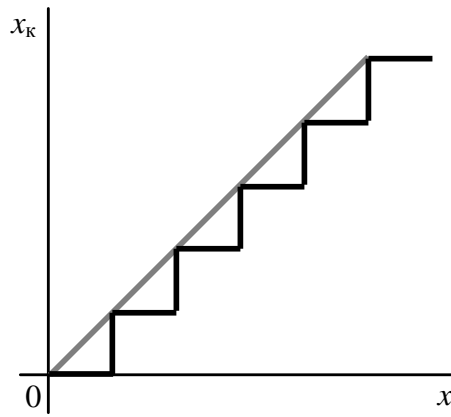


Коэффициент  $\alpha$  является случайной величиной, распределенной по равномерному закону, а, значит,  $\Delta_k$  — тоже случайная величина, распределенная по равномерному закону. В этом случае математическое ожидание, дисперсия и СКО равны соответственно

$$M[\Delta_k] = \Delta x_k / 2, D[\Delta_k] = \Delta x_k^2 / 12, \sigma[\Delta_k] = \Delta x_k / 2\sqrt{3}.$$

Ниже см

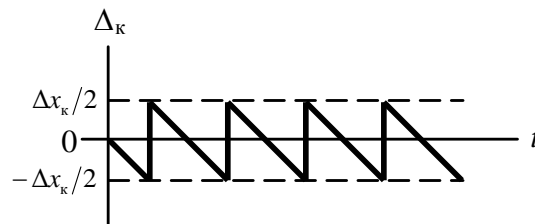
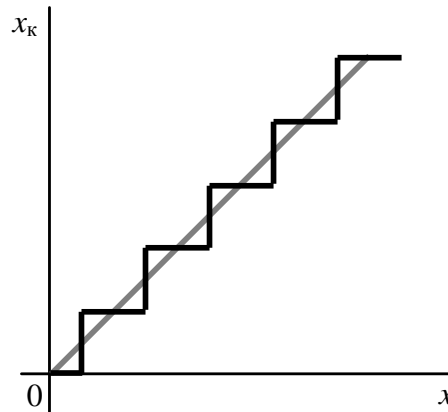
б. Отождествление с ближайшим меньшим или равным уровнем квантования.



Результат практически аналогичен случаю а). Здесь

$$M[\Delta_k] = -\Delta x_k / 2, D[\Delta_k] = \Delta x_k^2 / 12, \sigma[\Delta_k] = \Delta x_k / 2\sqrt{3}$$

с. Отождествление с ближайшим или равным уровнем квантования



В этом случае имеем

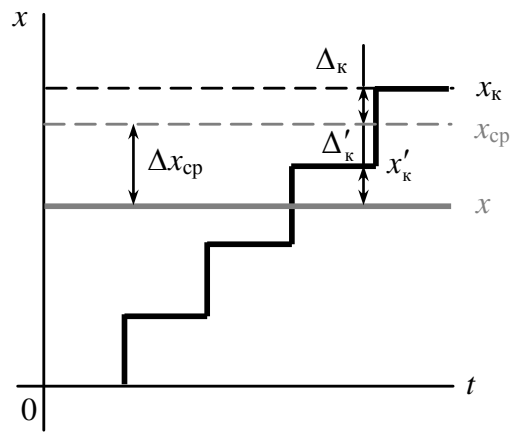
$$M[\Delta_k] = 0, D[\Delta_k] = \Delta x_k^2 / 12, \sigma[\Delta_k] = \Delta x_k / 2\sqrt{3}.$$

2. Погрешность от наличия порога чувствительности.

Поскольку сравнивающее устройство (СУ) является одним из основных компонентов ЦИП, его погрешность вносит значительный вклад в общую погрешность измерений. В отличие от погрешности квантования, это инструментальная погрешность.

«Порог чувствительности» означает, что СУ может «проскочить» уровень квантования: при сравнении  $x$  с  $x_k$  подать ступень на выход даже тогда, когда  $x \leq x_k$ . Это проиллюстрировано на следующем графике.



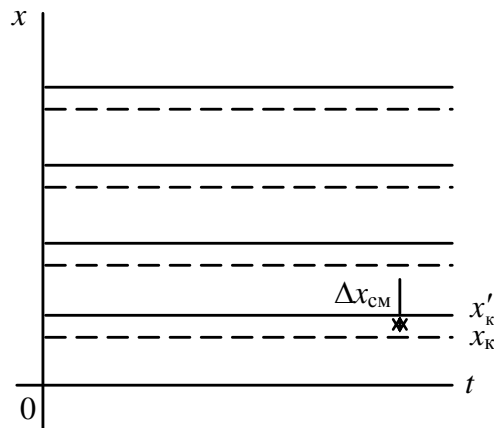


Здесь  $\Delta'_k$  и  $x'_k$  — соответственно идеальные погрешность квантования и квантованное значение измеряемой величины;  $\Delta_k$  и  $x_k$  — реальные,  $x$  — входной сигнал,  $x_{cp}$  — сигнал, с которым осуществляет сравнение СУ на самом деле.

Соответственно, погрешность измерения будет состоять из методической части ( $\Delta_k$ ) и инструментальной части ( $\Delta x_{cp}$ ):

$$\Delta x = x_k - x_i = \Delta_k + \Delta x_{cp} = \alpha \Delta x_k + \Delta x_{cp}.$$

### 3. Погрешность от реализации уровней квантования.



Так как уровни квантования должны быть определенным образом сформированы (в зависимости от метода отождествления), возможно наличие порога чувствительности и неточное воспроизведение уровней. На графике идеальные уровни  $x_k$  показаны сплошной линией, а реальные  $x'_k$  — пунктирной.

Смещение уровней квантования равно  $\Delta x_{cm}$ , тогда справедливо равенство

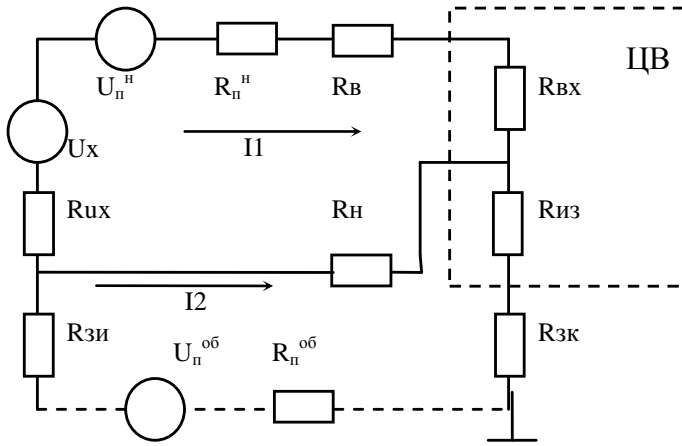
$$(x_{ki} + x_{cm}) - x_i = \alpha \Delta x_k.$$

Погрешность от реализации уровней квантования является инструментальной погрешностью.

### 32. Помехозащищенность цифровых измерительных приборов.

**Помехоустойчивость** – способность устройства функционировать при действии помех.

**Помехозащищенность ЦИП** – способность устройства производить измерения с требуемой точностью.



$U_n^H$  – источник (с сопротивлением  $R_n^H$ ) действия помехи нормального вида

$U_x$  – измеряемый источник с сопротивлением  $R_{ux}$

$U_n^{ob}$  – эквивалентный источник помехи общего вида (сопротивление -  $R_n^{ob}$ )

$R_v, R_n$  – сопротивление соединительных проводов

$R_{из}$  – сопротивление изоляции

$R_{зк}$  – сопротивление заземления контура

$R_{зи}$  – сопротивление заземления источника

**Помеха нормального вида** – наводка на соединительные провода, суммируется с входным измеряемым сигналом.

**Помеха общего вида** – разность потенциалов между точками заземления источника и ЦВ

$$U_n^{эkv} = U_{n.n.}^{ob} + U_{n.v.}^{ob} \quad I_1 \ll I_2 \quad U_n^{эkv} = I_2 R_n$$

$$I_2 = \frac{U_n^{ob}}{R_{зи} + R_n + R_{из} + R_{зк} + R_n^{ob}} \Rightarrow I_2 = \frac{U_n^{ob}}{R_{из}}$$

т.к  $R_{из} \gg R_{зи}, R_{зк}, R_n^{ob}, R_n$

$$U_n^{эkv} = \frac{U_n^{ob} R_n}{R_{из}} \quad R_{из} \downarrow \Rightarrow U_n^{эkv} \uparrow$$

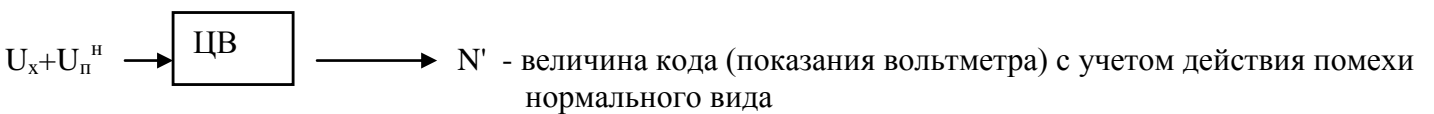
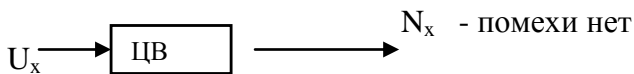
С уменьшением  $R_{из}$  растет воздействие помехи на результат. Чем больше сопротивление изоляции тем меньше влияние помехи общего вида на результат

$$D = 20 \lg \frac{U_n^{ob}}{U_n^{эkv}} [\text{дБ}]$$

- Оценка действия помехи общего вида

Действие помехи нормального вида – наводка на соединительные провода.

В общем случае



$$N'_x = f(U_x + U_n^H)$$

Помеха нормального вида имеет гармонический характер.  
 Борьба с ней за счет интегрирования входного сигнала.

$$N_x = k \int_0^{t_u} U_x dt$$

$$N'_x = k \int_0^{t_u} (U_x + U_n^H) dt = kt_u \frac{1}{t_u} \int_0^{t_u} (U_x + U_n^H) dt =$$

$$kt_u \frac{1}{t_u} \int_0^{t_u} U_x dt + k \int_0^{t_u} U_n^H dt = \underbrace{kt_u \frac{1}{t_u} \int_0^{t_u} U_x dt}_{U_{x \text{ ср}}} + \underbrace{k \int_0^{t_u} (U_m \sin 2\pi f_n t) dt}_{\text{погрешность от действия помехи нормального вида } \Delta U_n^H}$$

Т.о.

$$N'_x = kt_u U_{x \text{ ср}} + \Delta U_n^H \text{ —}$$

$t_u = n / f_n = nT_n \Rightarrow \Delta U_n^H = 0$  - если ввести время интегрирования кратное периоду помехи

$$f_n = 50 \text{ Гц}$$

$$t_u = n / 50 = n * 0.02 \text{ с}$$

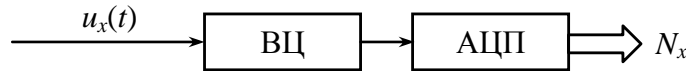
### 33. Динамические погрешности ЦИУ.

Динамическая погрешность возникает при изменении мощности во времени сигнала.

Будем измерять  $u(t) = \text{var}$ :

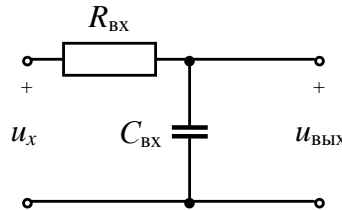


Для объяснения возникающей при этом динамической погрешности представим схему цифрового вольтметра в более развернутом виде:



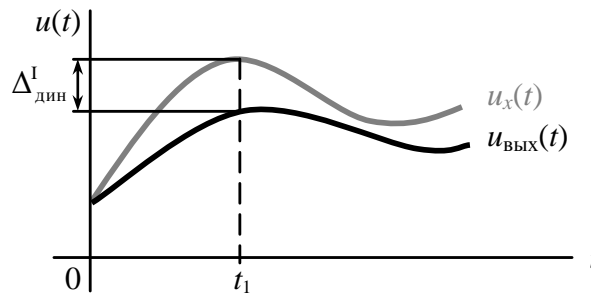
где ВЦ — входная цепь, АЦП — аналогово-цифровой преобразователь. Отсюда мы получаем два источника динамической погрешности.

1. Эквивалентная схема входной цепи может выглядеть следующим образом:

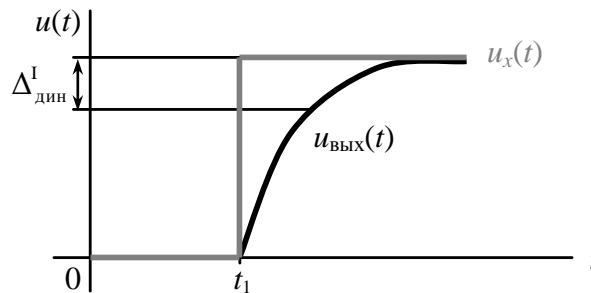


Здесь входное сопротивление  $R_{\text{ВХ}}$  отвечает за уменьшение сигнала, входная емкость  $C_{\text{ВХ}}$  — за фазовый сдвиг и задержку сигнала.

Графики входного  $u_x$  и выходного  $u_{\text{ВЫХ}}$  сигналов имеют вид:



Сдвиг и масштабирование  $u_x(t)$  вследствие действия входной цепи — источник динамической погрешности I-го рода. В случае постоянного сигнала:



То есть, на выходе наблюдается аperiодический процесс. Чем это плохо? Тем, что  $\Delta_{\text{дин}}^I \rightarrow 0 (t \rightarrow \infty)$ , но мы не можем ждать бесконечно. На практике период ожидания перед снятием показаний с прибора может быть весьма малым, например, в сложных измерительных системах с большим количеством постоянно опрашиваемых датчиков. Если сигнал  $u(t) = \text{var}$ , тогда динамическая погрешность первого рода являет собой гораздо более серьезную проблему.

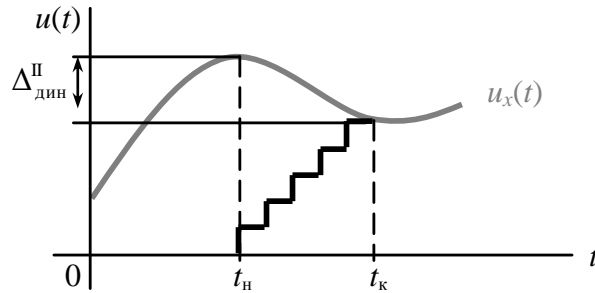
Для  $u(t) = \text{const}$  можно просто оценить  $\Delta_{\text{дин}}^I$ :

$$\Delta_{\text{дин}}^I = u_0 (1 - e^{-t/\tau}), \quad \tau = R_{\text{ВХ}} C_{\text{ВХ}}.$$

В общем случае

$$\Delta_{\text{дин}}^{\text{I}} = u_x(t) - u_{\text{вых}}(t).$$

2. АЦП преобразует аналоговую величину  $u_x$  в цифровую за малое, но конечное время  $\Delta t_{\text{пр}} = t_k - t_n$ .



Погрешность второго рода в общем случае равна

$$\Delta_{\text{дин}}^{\text{II}} = u_x(t_k) - u_x(t_n)$$

и обусловлена конечным временем преобразования аналоговой величины в цифровую. Как и в предыдущем случае,  $\Delta_{\text{дин}}^{\text{II}} \rightarrow 0$  ( $\Delta t_{\text{пр}} \rightarrow \infty$ ), однако динамическая погрешность второго рода *существенным образом* зависит от поведения измеряемого сигнала. Обычно полагают

$$\Delta_{\text{дин}}^{\text{II}} = M_1 \Delta t_{\text{пр}},$$

где  $M_1$  — модуль максимума первой производной сигнала, т.е.

$$M_1 = \left. \frac{du(t)}{dt} \right|_{\text{max}}.$$

Как правило,  $\Delta_{\text{дин}}^{\text{II}} > \Delta_{\text{дин}}^{\text{I}}$ .

### 35. Обработка результатов измерений. Прямые измерения.

**Цель измерения** – установление значений измеряемой величины и оценка погрешности результата. Мат ожидание закона распределения измеряемой величины смещено с истинного значения на величину систематической погрешности. А дисперсия этого закона полностью определяется дисперсией случайной погрешности.

#### Последовательность шагов.

- 1) Получение экспериментальных данных
- 2) Оценка мат ожидания
- 3) Оценка систематической погрешности
- 4) Исключение систематической погрешности из ряда наблюдений, т.е. получение исправленного ряда
- 5) Получение оценки измеряемой величины близкой к истинному значению
- 6) Определение оценки дисперсии случайной погрешности.  $S[x]$

#### Случай прямых измерений.

$\bar{x} = 1/n \sum_{i=1}^n x_i$  за оценку мат ожидания принимается среднее арифметическое значение результата

измерения.

$M[\bar{x}]$  – МО \_ действительного \_ значения

$D[\bar{x}], \sigma[\bar{x}]$  – дисперсия, СКО \_ действюзначения

$S^2[x]$  – оценка \_ дисперсии \_ ряда \_ наблюдения

$M[x]$  – МО \_ ряда \_ наблюдения

$D[x], \sigma[x]$  – дисперсия \_ и \_ СКО \_ ряда

$n \rightarrow \infty \Rightarrow \bar{x} \rightarrow M[x]$

$M[\bar{x}] = M[x]$

$$M[\bar{x}] = M\left[\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}\right] = 1/n M\left[\sum_{i=1}^n x_i\right] = 1/n \sum_{i=1}^n M[x_i] = M[x]$$

$$D[\bar{x}] = \sigma^2[x]/n$$

$\rho_i = x_i - \bar{x}$  – остаточная \_ погрешность

$$\sum_n \rho_i = 0$$

1. Дисперсия известна.  $D[\bar{x}] = \frac{\sigma^2[x]}{n}$  (1)

2. Дисперсия не известна, тогда по правилу обработки результата требуется определить оценку дисперсии  $S^2[x]$

$$S^2[x] = \sum_{i=1}^n \rho_i^2 \frac{1}{n-1}; -$$

- оценка дисперсии действительного значения

$$S^2[x] = \frac{S^2[x]}{n} \quad (2)$$

**Для определения доверительного** интервала погрешности необходимо определить закон распределения первой или второй дроби. Если  $x_i$  распределен по нормальному закону, то закон распределения дроби также нормальный.

$$\frac{\bar{x} - x_u}{\sigma[\bar{x}]} \quad (1) \quad \frac{\bar{x} - x_u}{S[\bar{x}]} \quad (2)$$

$$z = \frac{\bar{x} - x_u}{\sigma[\bar{x}]} \quad M[z] = 0 \quad D[z] = 1$$

$$t = \frac{\bar{x} - x_u}{S[\bar{x}]} \text{ — закон Стьюдента}$$

Для определения границ доверительного интервала надо взять табличные значения  $z_p$  и  $t_p$  а потом обратиться к выражениям  $z = \frac{\bar{x} - x_u}{\sigma[\bar{x}]}$  и  $t = \frac{\bar{x} - x_u}{S[\bar{x}]}$

$\bar{x} - x_u$  — доверительный интервал

$$x_u = \bar{x} \pm \sigma[x] z_p = \bar{x} \pm z_p \sigma[x] / \sqrt{n} \quad (1)$$

$$x_u = \bar{x} \pm S[\bar{x}] t_p(f) = \bar{x} \pm t_p(f) S[x] / \sqrt{n}$$

$$\uparrow n \Rightarrow S[\bar{x}] \approx \sigma[\bar{x}] \quad n \geq 30 \Rightarrow t_p(f) \approx z_p$$

В случае, если закон распределения не нормальный, то увеличивают  $n$  и используют табличные значений доверительных интервалов.

**Промех** — значительно отличается от остальных значений. Критерий:

$$\frac{|x_k - \bar{x}|}{\sqrt{\frac{n-1}{n}} \sigma[x]} \leq z_p^n \quad (1) \quad \frac{|x_k - \bar{x}|}{S[\bar{x}]} \leq t_p^n \quad (2)$$

$z_p^n$  — и  $t_p^n$  — для вероятности  $p$  и объема выборки  $n$

Если неравенства не выполняются то  $x_k$  — промах и должно быть исключено из ряда наблюдений. Требуется повторный расчет  $\bar{x}$  и всех его характеристик.

Два момента, накладывающие ограничение на размер выборки:

- 1) поскольку увеличение числа измерений влечет увеличение времени проведения эксперимента, то должна быть уверенность в том, что измеряемая величина не изменяется.
- 2) Изменение условий проведения измерительного эксперимента

Однократное измерение ( $n=1$ )

$$x_u = x \pm z_p \sigma \quad (1)$$

$$x_u = x \pm t_p(f) S \quad (2) \quad S \text{ — определяется по ранее поведенным экспериментам}$$

Как правило, все описания СИ содержат значения дисперсий.

### 36. Обработка результатов измерений. Косвенные измерения.

Искомая величина  $R_x$  зависит от  $U$  и от  $U_0$ .  $R_x = R_0(U/U_0 - 1)$ ,  $R_0$  - const задано .

Для  $U$  и  $U_0$  посчитаем значения

1. среднее арифметическое -  $\bar{U} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n U_i$
2. остаточные погрешности  $\rho_i = U_i - \bar{U}$ , убедиться, что  $\sum_{i=1}^n \rho_i$
3. найти оценку дисперсии шума  $S_{uu}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \rho_i^2$
4. найти оценку дисперсии погрешности результата  $S_{\bar{U}}^2 = S_{uu}^2 / n$
5. считая что погрешности имеют нормальный закон распределения, найти доверительное значение погрешности измерения  $\Delta U = t_p(f) S_{\bar{U}}$ , где  $t_p(f)$  – коэффициент распределения Стьюдента, соответствующий доверительной вероятности  $P$  и числу степеней свободы. В рассматриваемом случае  $f=n-1$

Зная  $\bar{U}$  и  $\bar{U}_0$  получим результат измерения

Общее выражение для оценки дисперсии результата измерения  $R_x$  имеет вид

$$S_x^2 = \left(\frac{\partial R_x}{\partial U}\right)^2 S_{\bar{U}}^2 + \left(\frac{\partial R_x}{\partial U_0}\right)^2 S_{\bar{U}_0}^2 = \left(\frac{\partial R_x}{\partial U}\right)^2 \frac{S_{u1}^2}{n_1} + \left(\frac{\partial R_x}{\partial U}\right)^2 \frac{S_{u2}^2}{n_2},$$
 где  $S_{u1}^2$  и  $S_{u2}^2$  - оценки дисперсии шума при

измерении напряжений  $U$  и  $U_0$  соответственно;  $S_{\bar{U}}^2$  и  $S_{\bar{U}_0}^2$  - оценки дисперсии результатов измерений напряжений  $U$  и  $U_0$ .

Доверительное значение погрешности результата измерения  $R_x$  можно найти по формуле  $\Delta R_x = t_p(f) S_x$

Окончательный ответ записывается в виде  $R_x = \bar{R}_x \pm \Delta R_x; P = \dots$



### 37. Суммирование составляющих погрешностей распределенных по нормальному закону.

Пусть имеется  $n$  составляющих погрешности, распределенных нормально, и доверительный интервал  $\pm\delta_{ip}$ , где  $i$  — номер составляющей,  $p$  — доверительная вероятность. Тогда

$$\sigma_i = \frac{\delta_{ip}}{Z_{pi}},$$

где  $Z_{pi}$  — коэффициент, взятый из таблиц нормального распределения и соответствующий доверительной вероятности  $p$ .

Если корреляционные связи присутствуют ( $r_{ij} = \pm 1$ ), то

$$\sigma_\Sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2 \pm 2 \sum_{i<j} \sigma_i \sigma_j} = \sum_{i=1}^n \pm \sigma_i = \sum_{i=1}^n \pm \frac{\delta_{ip}}{Z_{pi}} = \frac{\sum_{i=1}^n \pm \delta_{ip}}{Z_p}, \quad (1)$$

где знак  $\pm$  означает, что для компоненты с положительной корреляцией нужно в сумме ставить знак «+», для компоненты с отрицательной — знак «-». Мы используем  $Z_p = \min Z_{pi}$ ; для нашего случая такое приближение вполне оправдывает себя.

Если корреляционные связи отсутствуют ( $r_{ij} = 0$ ), то

$$\sigma_\Sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2} = \frac{1}{Z_p} \sqrt{\sum_{i=1}^n \delta_{ip}^2}. \quad (2)$$

Как известно из теории вероятностей, сумма составляющих, имеющих нормальное распределение, также имеет нормальное распределение. Поэтому границы доверительного интервала результирующей погрешности с доверительной вероятностью  $p$  определяются выражением  $\delta_\Sigma = \pm Z_p \sigma_\Sigma$ . Тогда, если использовать выражение (1), получим

$$\delta_\Sigma = \pm \sum_{i=1}^n \delta_{ip}. \quad (3)$$

Такое суммирование погрешностей называется *арифметическим*.

Если использовать выражение (2),

$$\delta_\Sigma = \pm \sqrt{\sum_{i=1}^n \delta_{ip}^2}. \quad (4)$$

Такое суммирование называется *геометрическим*.

Заметим, что арифметическое суммирование дает завышенный результат (оценку сверху) доверительного интервала суммарной погрешности, поскольку в реальности коэффициенты корреляции могут находиться по модулю в пределах от нуля до единицы

### 38. Суммирование составляющих погрешностей, закон распределения которых отличен от нормального закона.

Суммарная погрешность складывается из суммы составляющих погрешностей. Для ее оценки можно использовать M, D, СКО

1) MO  $\Delta x_{csum} = \sum \Delta x_{ci}$  - математическое ожидание суммарной погрешности определяется алгебраическим суммированием математических ожиданий составляющих погрешности.

2)  $\sigma_{sum}^2 = \sum \sigma_i^2 + 2 \sum_{i < j} r_{ij} \sigma_i \sigma_j$  . – определяется суммой составляющих дисперсий и необходимо

учитывать корреляционные связи.

$\sigma_i^2$  – дисперсия \_ составляющей \_ погрешности

$r_{ij}$  – коэффициент \_ корреляции \_ м / д \_ составляющими \_ погрешности

Делают допущение, 0 если нет и 1 если есть.  $\sigma_i = \delta_{ip} / z_{pi}$   $z_{pi}$  берется из таблиц для нормально распределенных с.в. с требуемой вероятностью  $p_i$

$r_{ij} = \pm 1$ ;  $\sigma_{sum} = \sum \sigma_i = \sum \pm \delta_{ip} / z_{p_i}$

$r_{ij} = 0$ ;  $\sigma_{sum} = \sqrt{\sum \sigma_i^2} = \frac{1}{z_p} \sqrt{\sum \delta_{ip}^2}$ ;  $\delta_{sum} = \pm \sigma_{sum} z_p$

(\*)  $\delta_{sum} = \pm \sum \pm \delta_{ip}$ ;  $r_{ij} = \pm 1$

(\*\*)  $\delta_{sum} = \pm \sqrt{\sum \delta_{ip}^2}$ ;  $r_{ij} = 0$

(\*) – арифметическое суммирование погрешностей

(\*\*) – геометрическое

Использование арифметического суммирования дает завышенную оценку погрешности, поскольку реальные значения  $r_{ij}$  от 0 до 1.

Если закон распределения отличен от нормального, то в общем виде

$$\delta_{\Sigma} = \pm k^{(p)} \sigma_{\Sigma}$$

$k^{(p)}$  значение \_ зависит \_ от \_ закона \_ распределения

$k^{(0.9)} = 1.6$  – не \_ зависит \_ от \_ закона \_ распределения

Как \_ следствие \_  $\delta_{\Sigma} = \pm 1,6 \sigma_{\Sigma}$

Границы доверительного интервала симметричны лишь при  $\Delta x_c = 0$ .

Пример:

$$\Delta U_c = 0.1 \text{ В} \quad \delta = \pm 0,3 \text{ В}$$

$$\Delta U = -0.2 \text{ В} - 0,4 \text{ В}$$

Однако знак  $\Delta U_c$  не известен, а пользоваться не симметричными границами неудобно, ТОО ганица выбираем максимальными  $\Delta U' = -0.4 \text{ В} - 0.4 \text{ В}$

Так как знак  $\Delta U_c$  как правило неизвестен, а пользоваться несимметричными границами неудобно, то границы выбирают максимальными. Поскольку выход за границы интервала значений погрешности наблюдается лишь с одной стороны, то вероятность выхода погрешности за границы доверительного интервала уменьшается в 2 раза. (следующее значение вероятности)

$$\pm 0,3 \text{ В} - p_d = 0,9$$

$$\pm 0,4 \text{ В} - p_d = 0,95$$

Т.о. в случае  $\Delta x_c <> 0$  можно утверждать следующее

$$\delta_{0,95} = (|\Delta x_c| + \delta_{0,9}) = |\Delta x_c| + 1.6 \sigma$$

### 1.1. Основные понятия и определения

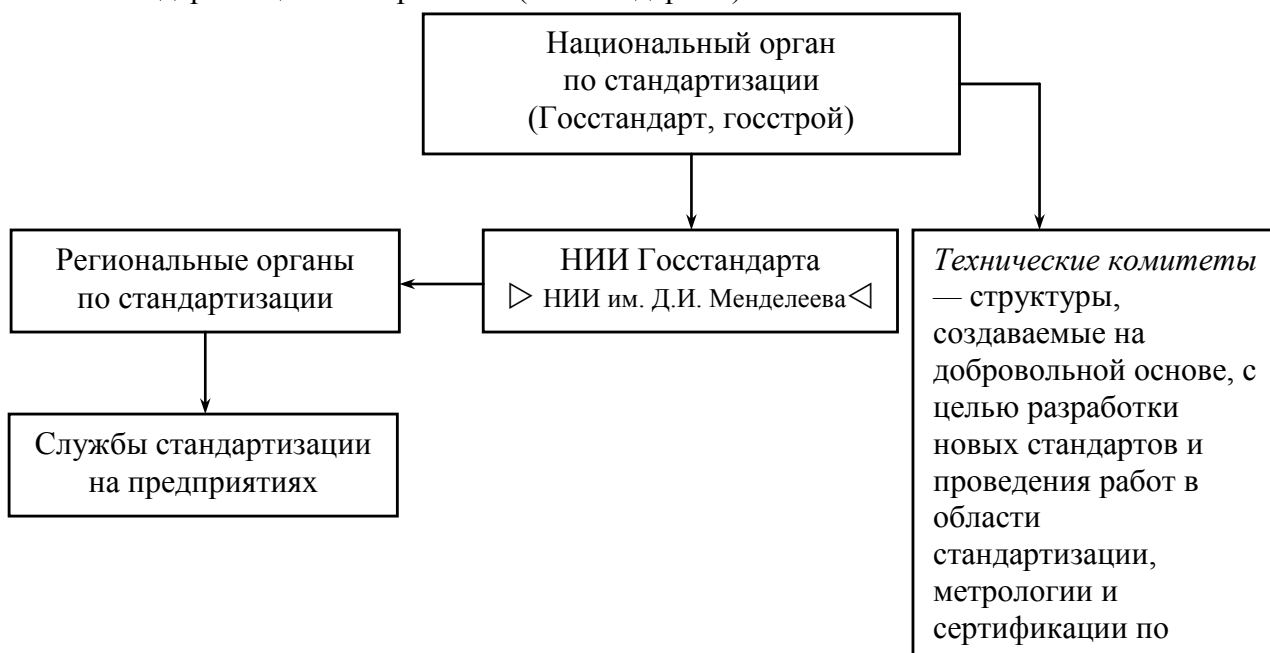
*Стандартизация* — плановая деятельность по установлению обязательных норм, правил и требований для обеспечения:

1. Безопасности продукции, работ и услуг для окружающей среды, жизни, здоровья и имущества человека.
2. Технической и информационной совместимости.
3. Качества продукции, работ и услуг в соответствии с уровнем развития науки, техники и технологий.
4. Единства измерений.
5. Экономии всех видов ресурсов.
6. Безопасности хозяйственных объектов с учетом риска возникновения природных и техногенных катастроф.
7. Обороноспособности и мобилизационной готовности страны.

*Стандарт* — документ, в котором в целях добровольного многократного использования устанавливаются характеристики продукции, правила осуществления и характеристики процессов производства, эксплуатации, хранения, перевозки, реализации и утилизации, выполнения работ или оказания услуг.

Закон о стандартизации и сертификации от 27.12.2002 предписывает приоритет международных отношений в области стандартизации кроме случаев, связанных с областью обороноспособности страны и работами, составляющими государственную тайну.

Государственное управление стандартизацией в РФ осуществляется государственным комитетом РФ по стандартизации и метрологии (Госстандартом).



### Методы стандартизации

Методы стандартизации представляются в виде комплексной и опережающей стандартизации.

*Комплексная* стандартизация — это систематизация, оптимизация и увязка всех факторов, обеспечивающих экономически оптимальный уровень качества продукции.

*Опережающая* стандартизация — это стандартизация, заключающаяся в установлении завышенных по отношению к уже существующему, достигнутому на практике уровню норм, требований к объектам стандартизации, которые *по прогнозам* будут оптимальными в последующее планируемое время (рассчитан на плановую стандартизацию в будущем). Процесс опережающей стандартизации является *непрерывным*: после ввода опережающего стандарта сразу же приступают к разработке нового.

В опережающей стандартизации различают *ближайший* (3÷5 лет) и *долгосрочный* (20÷25) прогнозы.

## 40. Основы сертификации

*Сертификация* — это действия *третьей стороны*, доказывающие, что обеспечивается необходимый уровень уверенности в том, что *должным образом* идентифицированная продукция, процесс или услуга *соответствует* конкретному стандарту или другому нормативному документу. С точки зрения принятого при сертификации определения, обычно употребляется термин «сертификация соответствия» вместо «сертификация».

### 2.1. Признаки сертификации

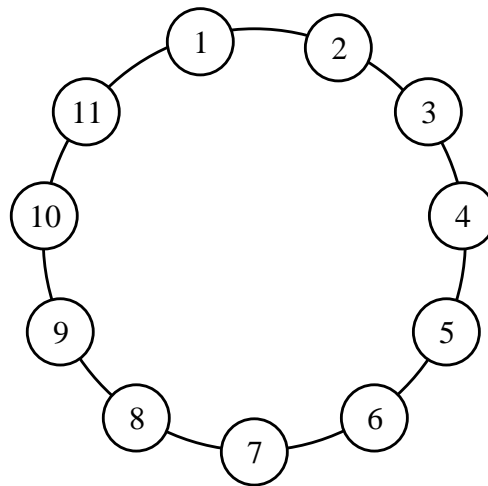
1. Связана с действиями *третьей стороны*, независимой от участвующих сторон: потребителя и производителя.
2. *Должным образом*: это означает наличие строгой системы сертификации соответствия.
3. Распространяется на продукцию, работы, услуги и персонал.
4. Сертификация соответствия — это процесс, следовательно, должна быть определена его структура, входные и выходные данные, механизмы управления и обеспечение ресурсами.  
*Выходные данные (показатели качества)* сертификации соответствия — это ее *беспристрастность* и *достоверность*.

*Достоверность*: имеется в виду достоверность оценки соответствия объекта сертификации требованиям нормативных документов. Определяется технической компетентностью органов по сертификации и испытательных лабораторий.

*Беспристрастность* в получении результата сертификации зависит от степени независимости от заинтересованных сторон — производителя и потребителя.

Механизм достижения результатов сертификации заложен в *петле качества*.

### 2.2. Петля качества



Петля качества состоит из 11 шагов (*стадий*):

1. Изучение спроса на сертификацию.
2. Планирование процесса сертификации.
3. Формирование ресурсов для сертификации.
4. Планирование и разработка процессов стандартизации.
5. Проведение оценки соответствия в испытательных лабораториях и органах по сертификации.
6. Контроль и утверждение результатов сертификации.
7. Оформление сертификата соответствия и знака соответствия (если таковой имеется). В случае наличия знака соответствия организация-производитель получает право использования этого знака на продукции, в документации и т.д.
8. Ведение реестра сертифицированных объектов.
9. *Важно*: инспекционный контроль.
10. Информационная деятельность органов по сертификации.
11. Окончание срока действия сертификата (поскольку сертификат есть *срочный* документ).